Digitized by the Internet Archive
in 2018 with funding from
Getty Research Institute

https://archive.org/details/demonstrationesm00sche

DEMONSTRATIONES
MATHEMATICÆ
oder
Untersuchung
derer
MATHEMATIschen War-
heit-und Unwarheiten;
allwo
von der
ARITHMETICA
GEOMETRIA
STEREOMETRIA
MECHANICA
Brenn-Spiegeln/
FORTIFICATION
und
TRIGONOMETRIA

gründlich gehandelt alles aus dem Fundament examiniret/ bewiesen/ und in allerhand nützlichen und lustigen Fürgaben/ mit darzu behörigen Figuren in Kupffer/ der curieusen Welt vorgestellet wird

durch

Christian Scheßlern/

In Verlag des Autoris, allwo es/ wie auch bey Johann Christoph Mieth und Zimmermann/ Buchhändl. zu finden.

Dreßden/

Druckts Johann Friedrich Schrötell 1698.

GV

ARITHMETICA
GEOMETRIA
STEREOMETRIA
MECHANICA
SPHAERICA
NAVIGATIONIS

Vorbericht.

Geehrtester Leser/es wird an vielen Urtheilen über diese Materiam nicht mangeln/ man überlege aber die Sache nur etwas genauer/vielleicht findet sich/wie denen wenigsten zu kurtz geschehen/ und ist mein Trost/daß derjenige so jedermann recht thue/ noch soll gebohren werden.

Nicht alles ist so strictè der Warheit gemäß/ob solches schon offtermahls in Gedancken auch wohl in Schrifften weitläufftig remonstriret wird. Die Experienz giebt einen jeden dar/ daß man ihr zugefallen die menschliche Schwachheit immer mehr und mehr erkennen müsse/ und hat ein jeder zum wenigsten allezeit die Freyheit/das jenige so etwa zweiffelhafft scheinet und gesetzet worden/eben vor keine Glaubens-Articul anzunehmen/jedoch wird die gesunde Vernunfft zu mancher Zeit das Wahre von den Irrigen gar leicht zu unterscheiden wissen. Die Welt ist wunderlich geartet/ da sie meistentheils mehr zur Unwarheit als Warheit incliniret/denn die Gedichte lustiger Begebenheiten werden mit weit besserer attention und contentement weder etwas warhafftes gelesen. Hier wird beydes vorgestellet/ und damit die Unwarheit nicht allzu frey vor-warhafft ausgegeben würde/ als ist eine Schreib-Arth/fast wieder der Mathematic Natur resolviret/ auch das jenige so nicht ex presse kan demonstriret werden/ nur insgemein dubiös bemercket worden. Von neuen Erfindungen ist in diesen Ersten Theil eben nicht so grosser Vorrath anzutreffen/ sonst wolte einigen Ruhm hiervon machen/wiewohl mir selbiges eben so wenig als einen andern nutzbar wäre/doch wird verhoffentlich auch niemand auff die Gedancken gerathen/ob sey gar nichts dergleichen darinne zufinden/ und solches alles etwa nur aus andern Büchern zusammen gesuchet. Der unvergleichliche Euclides und Archimedes können beyde zwar nicht geläugnet werden/ auch was etwa bey der Fortification von etlichen berühmten Männern entlehnet und allegiret worden/sonst ausser dem gestehe wenig. Siehe da! wird mancher sprechen/aber was neues! der will sich auch in consideration bringen/ nun ist zwar leicht zu præsumiren/ wie niemand ohne sonderbahre Ursachen etwas schreibet/ und die viele angeführte Submission und Diensthafftigkeit offtmahlen nur in einer Heucheley bestehet/ ich will den Erfolg erwarten/um mein künfftig Dessein hiernach anzustellen/denn wäre mir eines jeden Meinung dieserwegen vorher bekandt gewesen/so würde entweder desto ehe herfür gekom̃en/ oder gar damit zurück geblieben seyn. Die Zeit wirds geben/ ob die Exemplaria dieses Ersten-Theils sollen zu maculatur gemachet/ oder mit den andern Theil vermehret werden. Der Erfolg sey dahero gut oder nicht gut/ich bin beydes gewärtig/ das eine wird mir lieb/ das andere aber

auch

auch deshalben kein Entsetzen oder traurige Gedancken verursachen/ weil alles ohne Zwang und nur aus freyen Willen geschehen.
Solte etwa die Ordnung/ auch sonst ein und anders nicht nach eines ieden Sinn dabey beobachtet worden seyn/ so ist mein Trost/ daß ich mehr auf die Nutzbarkeit als Zierlichkeit gesehen/ und alles geschrieben/ wie es sich nach und nach selbst gefunden und dargegeben/ in ansehung/ weil die Zeit edel/ und selbige lieber zu weiterer Continuation anwenden wollen. Abwechselung/ ist auch keine Unordnung/ gedencke also nicht dieser wegen einige jalousie zuerwecken/ wiewohl ich solches eben so wenig als meine disfals gehabte Mühe achten würde. Noch eins wolte gedencken/ wen etwa iemand curieux seyn/ und den Inhalt des versprechenden andern Theils gerne wissen möchte/ deme dienete zu ohngefehrer Nachricht/ daß sich die benenten Personen künfftig mit vielerhand Instrumenten einstellen/ unterschiedliche Messungen damit verrichten/ und dabey insonderheit die Fehler so können begangen werden deutlich erklären und zeigen sollen. Ferner wie alle flache Figuren/ Felder/ Wiesen Holtzungen etr. so wohl Geometricè als auch Mechanicè commod abzutheilen. Hiernechst eine ausführliche Visier-Kunst. Alsdann die Algebra so wohl rational als auch irrational, durch Ziffern und Buchstaben/ alles durchgehends in Figuren vorzustellen und zu remonstriren/ samt unterschiedlichen nützlichen und curieusen Fürgaben. Darauff möchte die Geometria und Stereometria wiederholet/ und was sonst dort beym Flächen und Cörpern in Linien zu verrichten/ hier alles Arithmeticè oder durch Zahlen geschehen/ in Summa, die Linien/ Flächen und Cörper würden in Zahlen/ und die Zahlen in Linien/ Flächen und Cörper verwandelt werden. Die Geographia, Astronomia, Horologia, Proportional Circkel und Perspectiva wird gleichfals nicht zurück bleiben/ es soll auch das jenige/ waß bey der Fortification und sonst nach zubringen versprochen worden/ nicht in vergessenheit gestellet seyn/ weil gewisser Ursach wegen dieser erste-Theil sein Ende eher erreichte/ als ich willens gewesen. Darum auch der andere Theil eine ziemlich übertreffende Proportion gegen dem Ersten haben möchte/ wen sonderlich von Approchiren, Miniren, Architectura Civilis, samt einer compendiosen Beschreibung aller 15. Bücher Euclidis, nebst denen Archimedischen Schrifften mit ihren Demonstrationibus, auch von allerhand warhafften Experimentis, was etwa curieuses zu haben/ und hiervon specialiter ohne Weitläufftigkeit nicht zugedencken/ noch darzu kommen solte. Zu diesen allen wird der geehrteste Leser zwar mehr Anleitung als ich selbst geben/ bis dahin heists Patience, Vale.

Die sämtliche Gesellschafft / nehmlich: Herr Archt, Scart, Stan und Herr Novt stelten sich wiederum bey Herr Geon ein / und beschlossen mit einander / ihre mathematische Gedancken ohn einig Bedencken / zu eines ieden Urtheil fürzustellen / absonderlich thate Herr Scart an Herr Geon

Die Erste Frage / Von der ARITHMETICA Oder Rechen-Kunst.

Dieser gab zur Antwort: daß solche nohtwendig der Grundstein aller folgenden Wissenschafften were / und nechst dem allerhöchsten Gut / keine schönere Betrachtung / als in Zahl / Maaß und Gewicht zufinden / denn ihre Grundsätze und Beweißthüme sind unumstößlich.

Man findet bey denen Zahlen einen solchen Uberfluß / daß wie schlecht auch ihr Anfang [die 1. oder Unität] scheinet / doch ausser der Ewigkeit / nichts unendlichers kan fürgestellet werden / es erstrecket sich auch der Zahlen Erkäntnüs weit höher / als ein sterblicher Mensch auszusprechen vermag.

Sie ist warhafftig und unwidersprechlich / und niemand wird wieder den Beweiß der Zahlen etwas auffbringen können / es ist auch nur eine betrügliche Hoffnung alle darauff folgende mathematische Wissenschafften ohne deren Hülffe zu verstehen / denn die gantze Mathesis sonder erkäntnüs der Zahlen ist wie ein Leib ohne Seele / und muß ein [der Geometriæ, Stereometriæ, &c.] Anfahender / so zusagen / nur in finstern tappen / war also Herr Geons

I. Fürgabe.

Von denen Ziffern / und der daraus entstehenden Zahlen Eigenschafft.

Ob wohl der Ziffern vielerley Arten / so sind doch derer jenigen / welche allbereit vorlängst gebrauchet worden / auch noch biß dato gebrauchet werden / vornehmlich diese Zehen / 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. und 0. durch hülffe solcher zehen Ziffern können so dann alle grosse Zahlen formiret werden / die sich über viel tausend mal tausend / ja fast bis in Ewigkeit erstrecken / wie auch in gegentheil / das aller kleineste Theilgen / und von solcher Kleinigkeit / daß selbiges fast gar nichts austräget.

Die 1. oder die Unität ist der Ursprung und Anfang aller Zahlen / wird nun zu solcher 1. eine 0 gesetzt / so giebt dasselbe die Endungs-Zahl der ersten 9. Ziffern / nemlich 10.

Diese 10. kan hernach nicht allein mit sich selbst / sondern auch mit ieder vorhergehenden besonders continuè und so groß vermehret werden / daß solches unendlich und menschliche Vernunfft dergleichen / nur allein auszudencken / viel zu schwach ist.

Ferner ist beym nummeriren oder zehlen grosser Zahlen beliebet worden/ diese 4. Zahlen 1. 10. 100. 1000. zum fundament zusetzen. Die 1000. werden so dann entweder mit sich selbst/oder auch mit ieder vorhergehenden Zahl nach Beschaffenheit absonderlich wieder vermehret/und dadurch aller Grössen oder Zahlen Inhalt ausgesprochen.

Die II. Fürgabe
war
Von Gebrauch der Zahlen.

Dieser ist vornehmlich zweyerley/ als Erstlich in Auffsteigung und Vermehrung derer Zahlen/oder/wie man solches insgemein zu nennen pfleget/ **mit gantzen Zahlen zu rechnen.** Zum Andern in Niedersteigung und Theilung derer Zahlen/ oder wie solches gemeiniglich genennet wird/ **mit Brüchen zu rechnen.**

Beyderley Art Rechnung aber/ so wohl gantzer- als getheilter- oder gebrochener Zahlen bestehet in denen 5. Speciebus, als: Numeriren oder zehlen/ addiren oder zusammensetzen/ subtrahiren oder abziehen/ multipliciren oder vermehren/und dividiren oder theilen. So dann die Regula Detri, und endlich die Regula Cos oder Algebra.

Dieses alles nun ausführlich zu beschreiben/sagte Herr Geon, würde allein ein groß Buch erfordern/darum wil ich nur etwas weniges berühren/die sämtliche wertheste Compagnie wird so gütig seyn/und sich des übrigen aus denen Rechenbüchern erholen/ dahero war

Die III. Fürgabe.
Von denen 5. Speciebus in gantzen Zahlen.

Die erste Species numeriren oder zehlen/ scheinet die geringste zu seyn/ es kan auch eine iede grosse Zahl nach allgemeiner Art gar bald ausgesprochen werden: Hingegen wird der hunderste offt nicht begreiffen können/wie groß manche Zahl sey. Nur ein Exempel zu gedencken: Die Zahl 90000000000. ist/und wird ausgesprochen 90 tausend-tausend mal tausend. Wenn nun einer von 1. an/bis auf gemelde Zahl 90000000000. der Ordnung nach alle Zahlen mit Ziffern schreiben wolte/ so würd er [wann auch täglich 10. Stunden geschrieben würde] in 20000. Jahren nicht fertig werden.

Dis wolte Herr Novten zu viel düncken und meinte/ Herr Geon hätte sich etwa verrechnet/die Zahl wäre ja eben so groß nicht/ aber Herr Geon ließ sich dieses gantz nicht irren/ erwiese ihm solches (in Arithmetischen Haupt-Schlüssel von der Progression) und fuhr weiter fort.

Die 2. und 4. Species nehmlich addiren und multipliciren sind einerley/ denn die multiplication oder Vermehrung ist anderst nichts/ daß eine stete addition oder Zusammensetzung. Zum Exempel addire

36
36
36
36
Summa 144 dis ist eben so viel/als würde 36 mit 4 multiciret.

Und also ist auch dividiren eine stete subtraction oder Abziehung/zum Exempl.

von 36
subtrahire 12 dis ist so viel/ als würde 36 durch 12 dividiret/ komt 3 nehmlich: So
rest 24 viel mal/ 12 von 36 kan subtrahiret oder abgezogen werden.
subtrahire 12
rest 12
subtrahire 12
rest --

Das were eine vortreffliche Sache sagte Herr Scart. wenn man an statt derer 4. Speciebus nur 2. brauchen dürffte/dergleichen Art Rechnung möchte ich mir selbst wündschen. Herr

Geon

Geon antwortete: Daß der Schottländische Freyherr Neperus dis ja allbereit per Logarithmos zurechnen dargethan/ welches ihm/ Herr Scarten/ verhoffentlich selbst wohl bekand were/ ob nun gleich in der Triangel-Rechnung auf etliche Arten sehr commod damit umzugehen/ so liese sich solches doch bey gemeiner Rechnung gantz nicht practiciren/ sondern würde in übrigen wohl dem bekanden Sprichwort nach/ beyn Alten bleiben müssen.

Die 4. Fürgabe
war
Von der Regula Detri in gantzen Zahlen.

DJe Exempel der Regula Detri bestehen alle zeit in dreyen Sätzen. Aus solchen dreyen Sätzen wird die Frage [nehmlich das jenige so man ausrechnen will] zu letzt gesetzt.

Und so dann der fördere Satz den hintern Satz [wenn sie nicht einerley Nahmen] einander an Nahmen gleich gemacht/ als zum Exempel:

Einer will 8. Elen Sammet kauffen/ was wird er hiervor bezahlen müssen/ wenn 6. Elen pro 12. Rthlr. behandelt worden facit 16. Rthlr.

6. Elen gelten 12. Rthlr. wie theuer kommen 8. Elen

fac. 16. Rthlr.

die Operation bestehet darinne.

Es werden ie- und allezeit beyde letztere Sätze als hier 12. Rthlr. und 8. Elen in einander multipliciret/ komt 96. und dis ferner durchn ersten Satz 6. Elen abgetheilt oder dividirt, dis giebt das begehrte facit 16. Rthlr.

Herr Scart war curieux! und fragte Herr Geon. ob kein Beweiß dieser Procedur verhanden/ den solches ihm in seiner Jugend offt verführet/ daß wenn/ wie itzt geschehen 12. Rthlr. mit 8. Elen multiplicirt würde 96. komt/ er nicht gewust/ ob es 96. Elen oder 96. Rthlr weren/ hette auch von seinem Informatore keinen richtigen Bescheid deshalben haben können.

Herr Geon der dis nicht vermuthet/ besanne sich ein wenig und sprach: es sind weder Rthlr. noch Elen/ sondern vielmehr ist beydes darunter zuverstehen/ seines erachtens were der Beweiß gar füglich auf zweyerley Arten vorzustellen/ als: Erstlich durch die fig. 1.

Welches ein ablänglicht 4. Eck 12. Rthlr. lang und 8. Elen breit/ also am Inhalt 96. [qvadirte elichte Thaler/ möchte man sagen] thut

fig. 2.

Dividiret man nun den Inhalt 96. Elen und Thaler [die fig. 2.] durch 6. Elen einer Seite/ so kommen 16. Thaler zum facit vor die andere Seite der figur. wie solches alles klar zusehen.

Ein anderer Beweiß der Regula Detri ist die 16. Proposition des 5. wie auch die 20. Propos. der 7. Buchs Euclidis und kan in Zahlen also gegeben werden. Wenn man 3. Zahlen oder qvantitäten setzet als: 6. 12. 8. oder 6. Elen 12. Thlr. 8. Elen/ und wird die vierte Zahl oder qvantität nach geometrischer Progression gesucht/ nehmlich: wie 6. gegen 12. also 8. gegen 16. [der vierten Zahl] stehet also: wie 6. gegen 12. also 8. gegen 16.

Oder

wie 6. Elen gegen 12. Thlr. also 8 Elen gegen 16. Rthlr.

so ist wie augenscheinlich zu ersehen/ die vierte Zahl oder qvantität das begehrte facit.

Es ist auch noch dieses hierunter begriffen. Daß wie die erste Zahl 6. gegen der dritten Zahl 8. also auch die andere Zahl oder qvantität 12. gegen der vierten Zahl oder facit 16. sich verhalten wird. stehet also:

wie 6. gegen 8. - - - also - - - 12. gegen 16.

Oder

wie 6. Elen gegen 8. Elen - - - also - - - 12. Thaler gegen 16. Thaler.

Und solches ist nicht allein von Zahlen / sondern auch von andern qvantitäten/ als Linien

Höhen/Tiefen/Weiten/Breiten/ꝛc. desgleichen Flächen und Cörpern [ihrer Art nach] zu verstehen. Herr Scart war content mit diesen Beweiß und ersuchte Herr Geon weiter fortzufahren / wurde also erkläret.

Die V. Fürgabe.

Von denen Speciebus getheilter oder gebrochener Zahlen.

5. Zehler. 8. Nenner. **Auffhebung der Brüche/ oder die Brüche in Zahlen zu erkleinern / als:**

Hebe auff $\frac{36}{48}$ | $\frac{4}{9}$ $\frac{12}{3}$ | $\frac{3}{4}$ Es wird mit einer Zahl oder Ziffer nach belieben/ des Bruchs Zehler und Nenner dividiret (iedoch also: daß niemahls etwas übrig bleibe) und ist solch dividiren oder Auffheben hier erstlich mit 4. und so dann mit 3. verrichtet worden.

Resolvirung der Brüche.

$\frac{3}{4}$ Ruthe wie viel ists Schuch (iede Ruthe zu 12. Schuch gerechnet) facit 9. Schuch.

Operatio.

$\frac{3}{4}$ Ruthe/ iede Ruthe 12 Schuch. Nota. des Bruchs Zehler 3 multipliciret/ und der Nenner 4 dividiret.

36

f. 9 Schuch.

Item $\frac{2}{3}$ Ruthe/ wie viel ist Schuch und Zoll/ oder Primen und Secunden (nach decimal-Art) facit. 6. Schuch. $6\frac{2}{3}$ Zoll oder $6'6\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ Ruthe/ iede Ruthe $^{\circ}\,100$

200

fac. $66\frac{2}{3}$ Zoll oder $6'6\frac{2}{3}$

ADDITIO.

Das addiren der Brüche ist zweyerley/ nehmlich gleich- und ungleicher Nenner. Erstlich Brüche zu addiren/ so gleiche Nenner haben

$\frac{5}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{9}{10}$ Hier werden die Zehler der Brüche zusammen addiret und was komt/ durch n allgemeinen Nenner dividiret.

21 durch 8 div. 24 durch 10 div.

fac. $2\frac{5}{8}$ fac. $2\frac{4}{10}$

Zum Andern Brüche zu addiren/ so ungleiche Nenner haben.

16

$\frac{3}{4}$ 12

$\frac{7}{16}$ 7

$\frac{8}{16}$ 8

$\frac{5}{8}$ 10

Es wird ein General-Nenner/ oder allgemeiner Nenner erwehlet/ so hier 16. hernach werden alle Brüche (laut vorhergehender Resolvirung) zu 16theilgen gemacht/ und ferner solche 16theilgen so dann zusammen addiret.

37 durch 16 div.

fac. $2\frac{5}{16}$

SUBTRACTIO.

Dis ist gleichfals zweyerley/ als:

Erstlich/ Brüche zu subtrahiren/ so gleiche Nenner haben.

$\frac{5}{9}$ $\frac{87}{100}$

$\frac{23}{100}$

Rest 3 Rest 64 Hier werden nur der Brüche Zehler von einander subtrahiret.

9 100

Zum

Zum Andern Brüche ungleicher Benennung zu subtrahiren.

$\frac{24}{}$
$\frac{7}{8}$ 21
$\frac{2}{3}$ 16
Rest $\frac{5}{24}$

Es wird (wie beym addiren geschehen) ein general-Nenner erwehlet/in übrigen aber gleich der addition verfahren. Nur/ daß man an statt daselbst addiren/hier subtrahiret.

MULTIPLICATIO.

Dis bestehet in folgenden beyderley Arten/ als:

Erstlich/ Brüche mit Gantzen. Oder Gantze mit gebrochenen Zahlen zu mutipliciren.

$\frac{3}{4}$ mit 7 — 28 mit $\frac{3}{10}$
21 — 84
fac. $5\frac{1}{4}$ — f. $8\frac{4}{10}$.

Nota. Des Bruchs Zehler multipliciret/ was komt/ wird durchn Nenner dividirt.

Also auch:

$3\frac{1}{2}$ mit 5
$\frac{7}{2}$. 35
fac. $17\frac{1}{2}$

Hier wird $3\frac{1}{2}$ eingerichtet / oder zu einem Bruch (nemlich $\frac{7}{2}$) gemacht/ und in übrigen wie vorhero verfahren.

Zum Andern/ Brüche mit Brüchen zu multipliciren.

$\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ — $\frac{7}{10}$ mit $\frac{3}{100}$
fac. $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$ — f. $\frac{21}{1000}$

Nota. Es werden beyder Brüche Zehler/ und so dann auch deren Nenner in einander multipliciret.

Also auch:

$13\frac{7}{10}$ mit $\frac{3}{10}$
$\frac{137}{10}$
fac. $\frac{411}{100}$ oder $4\frac{11}{100}$

Nota. Hier wird erstlich $13\frac{7}{10}$ eingerichtet komt $\frac{137}{10}$/ und dis so dann mit $\frac{3}{10}$ [laut vorhergehend] multipliciret.

Desgleichen multiplicire.

$18\frac{1}{10}$ mit $2\frac{13}{100}$
$\frac{181}{10}$ — $\frac{213}{100}$
fac. $38\frac{553}{1000}$ oder $38\frac{554}{1000}$

Nota. Hier werden erstlich beyde Sätze eingerichtet/ und hernach wie vorhergehend verfahren.

DIVISIO

Das dividiren der Brüche oder getheilten Zahlen ist vornehmlich dreyerley/ als

Erstlich/ Brüche durch Gantze Zahlen zu dividiren oder abzutheilen.

$\frac{3}{4}$ durch 5 — $\frac{7}{10}$ durch 6
fac. $\frac{3}{20}$ — fac. $\frac{7}{60}$

Hier bleibt des Bruchs Zehler unverändert / und wird nur der Nenner mit der dividirenden Zahl multipliciret.

Also auch:

$23\frac{7}{10}$ durch 14
$\frac{237}{10}$
fac. $\frac{237}{140}$ oder $1\frac{97}{140}$

Nota. Mann richte $23\frac{7}{10}$ ein / und verfahre in übrigen wie vorhero.

Zum Andern/ Gantze durch gebrochene Zahlen zu dividiren.

12 durch $\frac{2}{5}$
60 — 2
fac. 30

Nota. Hier wird $\frac{2}{5}$ eingerichtet komt $\frac{5}{2}$ hernach die theilende 12 mit des Bruchs Nenner 5 multiplicirt / giebt 60. und dis so dann durch die eingerichtete 2 abdividirt.

Also auch:

19 durch $2\frac{6}{7}$
57 — 7
fac. $8\frac{1}{7}$

7 durch $9\frac{3}{10}$
70 — 93
fac. — $\frac{70}{93}$

Drittens/ Brüche durch Brüche zu dividiren.

$\frac{6}{10}$ durch $\frac{3}{100}$

6 durch 3

600 durch 30

fac. 20

Hier werden erstlich beyderseits Brüche eingerichtet / hernach ie ein Nenner in den andern- oder gegenstehenden Satz geführet/ und ferner wie vorhero geschehen dividiret.

Auf solche Art kan auch dividiret werden.

$13\frac{1}{2}$ durch $4\frac{2}{3}$

27 durch 14

81 durch 18

fac. $2\frac{25}{28}$

$111\frac{7}{18}$ durch $2\frac{13}{100}$

1117 durch 213

111700 durch 2130

fac. 52 $\frac{94}{312}$

Die VI. Fürgabe.

Von der Regula Detri in gebrochenen Zahlen.

DEn gantzen Processs dieser Regul ausführlich vorzustellen / würde sehr weitläufftig fallen/iedoch kan solches durch folgende 3 kleine Reguln gar leicht begriffen werden/ als:

1. Wenn der fördere Satz eingerichtet wird/so führe dessen Nenner entweder in **mitlern** oder **hintern** Satz (aber nicht in beyde zugleich.)

2. Wird der **mitlere** Satz eingerichtet/so führe dessen Nenner in **fördern** Satz.

3. Desgleichen/wenn der **hintere** Satz eingerichtet wird/ so führe dessen Nenner auch in **fördern** Satz/ als:

$\frac{3}{4}$ giebt $3\frac{2}{3}$ was $5\frac{1}{4}$

3 11 21

Hier sind alle 3. Sätze eingerichtet.

Ferner:

$\frac{3}{4}$ giebt $3\frac{2}{3}$ was $5\frac{1}{4}$

3 11 21

9 28

36

Ist der **fördere** Nenner in **hintern** Satz/ der **mitlere** und **hintere** Nenner aber in fördern Satz geführet worden.

So heist es dann:

36 giebt 11 was 84

fac. $25\frac{2}{3}$

Welches nach allgemeiner Regula Detri vollends resolviret wird.

Also auch:

$5\frac{1}{10}$ giebt $24\frac{97}{100}$ was 23

51 2497

5100 24970

Da heist es nun 5100 giebt 24970 was 23

fac. 111 $\frac{407}{510}$

Und auf solche Art sagte Herr Geon: können alle Exempla der Regula Detri gebrochener oder getheilter Zahlen [wenn man nur die Sätze recht gegen einander gleich macht und einrichtet] gar leicht resolviret werden. Herr Novt sprach nein darzu: Denn es were gar zu viel bey den gebrochenen Zahlen oder Brüchen in Acht zunehmen/ und könte er damit biß dato nicht allerdings zu rechte kommen / absonderlich wolte ihm nicht in Kopff/ daß 12 durch $\frac{2}{3}$ dividirt [wie bey vorhergehender Division zusehen] solte zum facit 30 kommen/ denn sagte er: wie kann dis zugeben/daß aus 12. Elen/wenn mann solche dividirt oder theilt/ 30. Elen werden.

Herr Geon gab ihm recht/ daß aus 12. Elen nicht 30. Elen würden/es were aber ein anderer Verstand hierbey/nemlich: die 30 sind keine gantze El. sondern wenn 12 durch $\frac{2}{3}$ dividirt wird/ so komt zum facit. daß $\frac{2}{3}$ in 12 gleich 20 mal begriffen. Oder dis deutlicher zu erklären sey figur. 3. g b. 12 Elen durch g d $\frac{2}{3}$ Elen/ zu dividiren oder abzutheilen / da siehet man ja augenscheinlich / daß die $\frac{2}{3}$ Elen/ g d. von 12 Elen g d, 30 mal können abgetheilet werden [denn 30 mal $\frac{2}{3}$ Elen macht $\frac{60}{3}$ oder 12. gantze Elen.]

Herr

Herr Archt hatte auch eine Bitte an Herr Geon, diese war; was beym Beschluß der Brüche erinnert worden/ **daß wenn man nur die Sätze recht gegen einander gleich gemacht und eingerichtet**/ so dann das übrige gar leicht vollends könte resolvirt werden. Derohalben möchte er den Beweiß der **Einrichtung** gerne wissen.

Herr Geon war bereit/ und sagte: was die Gleichmachung der Sätze anbetrifft/ muß allzeit einer von beyden hintern Sätzen/dem fördern Satz an Nahmen gleich gemachet werden/ (ausgenommen wenn nach der Practischen Zerfällung gerechnet wird) als: wenn vorne Lot/ so müssen mitten oder hinten auch Lot/ oder wenn der fördere Satz Elen/ Pfund/Stein/ꝛc. so müssen beym mittlern- oder hintern Satz auch Elen/Pfunde/Stein/ꝛc. vorhanden seyn.

Die **Einrichtung** betreffend/gab er folgendes Exempel: Einer kaufft $3\frac{1}{2}$ Elen seiden Ferandin pro $4\frac{2}{3}$ Rthlr. wie theuer wird diesen nach $\frac{3}{4}$ Ele kommen/ fac. 1. Rthlr.

Die Einrichtung stehet also: Dis ist so dann:

$\frac{3\frac{1}{2}\text{ Ele}}{7}$ -- $\frac{4\frac{2}{3}\text{ Rthlr.}}{14}$ -- $\frac{\frac{3}{4}\text{ Ele.}}{3}$ 7 halbe Elen 14 Drittel Rthlr. 3 Viertel Elen

Ferner:

Führe den fördern Nenner 2 in die 3 des hintern Satzes.
Den mittlern und hintern Nenner 3 und 4 aber ins fördere (7) so komt also:

$\frac{3\frac{1}{2}\text{ Ele.}}{7}$ $\frac{4\frac{2}{3}\text{ Thlr.}}{14}$ $\frac{\frac{3}{4}\text{ Elen.}}{4}$

$\frac{21}{84}$ $\frac{3}{6}$

Dahero wenn 7 halbe Elen mit den mittlern Nenner 3 (oder drittel) multiplicirt werden/ so kommen 21. 6theil/diese 21 Sechstheil ferner mit den hintern Nenner 4. (oder viertel) multiplicirt giebt 84. 24theil.

Desgleichen beym hintern Satz die 3 (oder viertel) mit den fördern Nenner 2 (oder halbe) multiplicirt, bringt 6. 8theil. So heist es dann:

84. 24theil Elen pro 14 drittel theil Rthlr. wie 6 achtel Elen.
Oder: $\frac{84}{14}$ Elen pro $\frac{14}{3}$ Rthlr. wie $\frac{6}{8}$ Elen/ und ist
$\frac{84}{24}$ Elen gleich $3\frac{1}{2}$ Ele. $\frac{14}{3}$ Rthlr. gleich $4\frac{2}{3}$ Rthlr. und $\frac{6}{8}$ Ele gleich $\frac{3}{4}$ Elen/ wie anfangs.

Herr Archt war mit diesen Beweiß gar wohl zu frieden/ und Herr Geon beschloß hiermit die erste Frage von der Rechenkunst/ ob gleich alle andere Anwesende erinnerten wo dann die übrigen Reguln der Arithmetica, als die Extrahirung der Qvadrat-Cubic- und anderer Wurtzeln/ item die Regula Cos oder Algebra bliebe/ welches ja die vornehmsten Stücke der Rechenkunst weren. Herr Geon muste selbst gestehen/ daß solches nicht unrecht/ wante aber ein/ daß man bey dem Beweiß solcher Rechnungs-Arten nothwendig der Flächen und Cörper sich mehrentheils bedienen müste/weiln er nun ein iedes zubeweisen entschlossen/ als würde nicht undienlich seyn/ vorhero dergleichen zu untersuchen. Dis wurde nun biß folgenden Tag verspahret/ und gienge dißmahl die sämtliche Compagnie von einander.

Des andern Tages/als die gantze Gesellschafft sich wieder versamlet hatte/geschahe an Herr Geon

Die Andere Frage/ Von der GEOMETRIA Oder Meßkunst derer Flächen.

Diese bestehet sonderlich in Auffreissung-Verwandlung-Addirung-Subtrahirung-Multiplicirung und Dividirung/ so dann Ausrechnung flacher Figuren. Ferner in Abmessung der Flächen/ als Felder/ Wiesen/ Teuche/ Wälder und gantzer Länder/ ja so gar der Fläche des gantzen Erdbodens/ nebst Höhe und Weite der himmlischen Cörper und andern mehr. Aus diesen allen sagte Herr Geon: ist leicht zu urtheilen/ wie weit sich solche Meßkunst erstrecket/ und weil hiervon ausführlichen Bericht zuthun dißmahl mein Fürsatz nicht ist/ auch der sämtlichen Compagnie nur verdrießlich fallen möchte/ so werde nur etwas weniges gedencken/ und ihnen darneben die Freyheit überlassen/ wo noch was nöthig/ mit bey zu errinnern/ sey demnach:

Die I. Fürgabe/

Fig. 4.

Eine ausdehnende Schnecken-Linie aufzureisen/ so bey der Mechanica gebräuchlich.

ZIehe zwey Circul/ den kleinen b a e f. und den grossen l h i k. theile solche in etliche gleiche Theil nach belieben/ als hier in 12. ziehe so dann von dem grössern biß zum kleinern Circul/ blinde Linien (iedoch an die kleinen Theile wechselsweise wie die Figur zeiget) ferner aus a den Bogen b c. aus c den Bogen c d. aus f den Bogen d g und so fort.

Die II. Fürgbe/

Fig. 5.

Das Centrum gravitatis oder Schwere-Punct/ eines ieden Triangels zufinden.

DEr Triangel sey a b c so theile man 2 Seiten davon iede in 2 gleiche Theil/ als hier bey d und e geschehen/ so wird f das begehrte Centrum gravitatis seyn.

Der Beweiß ist klar: denn a b e ist gleiches Inhalts mit a c e darum ist a b e so schwer als a c e und muß also nothwendig das Centrum gravitatis in die Linie a e fallen. Wiederum ist a b d so schwer als d b c derohalben fält auch der Schwere-Punct in die Linie b d und folglich ohnfehlbar in f.

Die III. Fürgabe/

Fig. 6.

Eine iede irregulare rechtliniſche Figur a b c d e in einen Triangel/ Parallelogram und Qvadrat zuverwandeln.

1. Ziehe c a und c e, hernach auch b f parallel mit a c, und d g parallel mit c e, So ist f c g der begehrte Triangel.
2. Ziehe c k parallel mit f g und theile f g halb in in h, stelle in h die perpendicular h i, und mache i k gleich der h g, so ist h i k g das begehrte Parallelogram.
3. Suche zwischen h g und g k mediam proportionalem, so giebt g m eine Seite des begehrten Qvadrats g m n o.

Bey

Beweiß.

1. Durch die 37. Propoſition des 1. Buchs Euclidis iſt der Triangel c c d mit dem Triangel e c g gleicher Gröſſe (weil ſolche auf einerley baſi c e ſtehen/ und zwiſchen parallel Linien c e und d g liegen) ebener maſſen iſt auf ſolche Art der Triangul a b c gleich dem Triangel a f c. Folgt/ daß die 3. Triangel a c e, a b c und e c d zuſammen gleich ſeyn/ denen 3. Triangeln a c e, a f c, und e c g.
2. Durch die 42. Propoſitio 1. Buchs Euclidis iſt ſolches bewieſen.
3. Durch die 14. Propoſition des 2. Buchs Euclidis.

Herr Novt (welcher des Euclidis Bücher niemahls geſehen/ vielweniger darinne geleſen) fragte: wer doch dieſer geweſen/ daß alle Gelehrt- und theils Ungelehrte ſo groß Weſens von ihm machten? Er hätte vor längſt die Arithmeticam, Geometriam, Aſtronomiam, abſonderlich aber die Aſtrologiam und Chiromantiam gantz zu ende gebracht/ und darbey keines Euclidis bedürfftig geweſen/ auch nur jüngſt eine Geometriam vor ſich inventirt/ die were ſeinen Gedancken nach ſo kurtz und accurat eingerichtet/ als wohl iemahls eine Geometria geweſen/ und hielte vor ſehr ſchädlich ſich mit alten Sachen zu ſchleppen/ in ſumma er achtete des Euclidis gar wenig/ es weren nur ſpeculationes und alte Grillen/ und ſprach: mir mangelt bey meiner Geometria nichts mehr/ als:

Die Figur 7. oder a b c d e f g. in einen Triangel zu verwandeln.

Sagte auch ferner: Hierüber habe ich zwar ſchon etliche Wochen zugebracht/ vermeine es aber nun bald zu finden/ ſo dann wird meine Geometria complet ſeyn. Sie muſten alle der eingebildeten unzeitigen Hoffart heimlich lachen/ denn was ſolte man anders mit dieſen klugen Meßkünſtler anfangen/ iedoch weil ſeine Rationes gleich wohl nicht alle Zeit zu verwerffen/ und ſie ihm aus gewiſſen Urſachen nicht gerne zum Feinde haben wolten/ ſo ſagte Herr Geon diß ſolte

Die IV. Fürgabe ſeyn.

Es ſchiene zwar ziemlich verwirret/ iedoch wolte er ſolche bald aufflöſen/ und ihm darüber aus dem Euclide die Demonſtration machen.

1. Ziehe a c. c e. und c f. und erlängere a h zu beyden Seiten/ hernach aus d eine Linie parallel mit c e gezogen/ die ſey d m. erlängere ſo dann f e biß i. ſo wird der Triangel c i f. gleich/ denen beyden Triangeln c e f. und c d e. zuſammen.
2. Ziehe b n. paralliel mit a c und hernach c n.
3. Ziehe i r. parallel mit c f. und erlängere n c. biß o. ſo wird n o f g h. der Figur a b c d e f g h. gleich ſeyn.
4. Ferner ziehe o g. und o h. ſo dann erlängere h g. und ziehe f p. parallel mit o g. ſo wird der Triangel o p g. gleich ſeyn den Triangel o f g.
5. Letzlich ziehe p q. parallel mit o h. ſo iſt der Triangel o q h. gleich dem Triangel o p h. und dahero der Triangel n o q. gleich der Figur a b c d e f g h.

Beweiß.

1. Der Triangel c i e. iſt gleich dem Triangel c d e. und dahero der Triangel c i f. gleich ſo groß/ als beyde Triangel c e f. und c d e. zuſammen.
2. Iſt auch der Triangel n c a. gleich dem Triangel a b c.
3. Der Triangel c o f. gleich dem Triangel c i f.
4. Der Triangel o p g. gleich dem Triangel o f g. und
5. Der Triangel o q h. gleich dem Triangel o p h. alles nach der 37. Propoſition des 1. Buchs Euclidis.

Der Schluß iſt:

Daß der Triangel a b e. gleich dem Triangel n c a. Die Triangel c d e. und c e f. zuſammen/ gleich c o f. dahero n o f g h. gleich der Figur a b c d e f g h. Letzlich iſt bey vor-

gehender 3. Fürgabe bewiesen/daß auch solch 5. Eck n o f g h. dem Triangel n o q. gleich sey.

Hiermit wurde Herr Novt höfflich abgestrafft / daß er so verwegen wieder den Euclidem gesündiget/welcher nunmehr versprach? ihme ins künfftige desto höher in Ehren zuhalten/ weil er sahe/daß seine Fürgabe eben von keiner so grossen æstim als er sich eingebildet / absonderlich weil solche durch eine einige Propositon Euclidis bewiesen worden / bate auch Herr Geon, ihme mit einen Teutschen Exemplar (denn er der Lateinischen Sprache unerfahren) behülfflich zu seyn / sein Vorsatz were in geringsten nichts weiter anzufangen / biß er dieses vortrefflichen Mannes Schrifften durchgelesen.

Herr Geon hette seinen Suchen gerne gewillfahret / konte ihm aber nicht mehr als die ersten Sechs/und dann das 11. und 12. Buch in Teutscher Sprache offeriren/ denn alle 15. Bücher weren seines Wissens noch niemaln Teutsch gedruckt worden. Herr Stan fragte: Was wohl die Ursache seyn möchte/daß die übrigen in Teutscher Sprache nicht ans Tagelich kämen/da doch so viele Autores solches versprochen/ihm auch wissend wäre/ dasselbige an unterschiedlichen Orten in Manuscriptis verhanden.

Herr Geon sagte: Viele suchen offtmals was neues/ und bekommen dafür nach gehabter Mühe das alte/ gleich wie Herr Novten mit seiner Geometria begegnet/ denn ob wohl die Anzahl der Teutschen Liebhaber zur Mathematic fast grösser / als der Gelehrten selbst / so wollen doch die meisten von des Euclidis Büchern nicht viel halten/ sondern vermeinen/es gehöre nicht ad Praxin,es weren nur Speculationes, man müste was neues erfinden. Dahero muß der gute Euclides bey vielen mehr leiden als er verschuldet/ meines Orts gedencke: daß ein ieder vielleicht nicht gestehen dürffte/ was ihm dieserhalben in wege lieget/ zumahl wenn die Erklärung solcher Bücher etwas dunckel scheinet. Und dis mögen wohl einige Ursachen seyn / warum dasjenige unterbleibet / worauff etliche wenige Euclideische Teutsche Liebhaber bisher immer gehoffet/ es sagte auch Herr Geon ferner; wie allda 15. Bücher Euclidis allbereit von ihm ins Teutsche vertirt, beyhanden/ hette auch solche gantz kurtz und deutlich zusammen bringen/ und dieser Geometriæ mit beyfügen wollen/ wenn er nicht obgemelde Verhinderungen befürchtet / wolte es also biß zu anderer Zeit verspahren/ indessen aber weiter fortfahren/und die Addition der Flächen erklären/ war also:

Die V. Fürgabe Fig. 8.

Zwey ungleich-förmige rechtlinische Triangel/ a b c. und d e f. zusammen zu addiren/oder nur einen Triangel daraus zumachen.

Dis kan auf unterschiedliche Arten geschehen/ als:

1. Verwandele beyde Triangel/ ieden besonders laut vorhergehender 3. Fürgabe in ein Qvadrat/und addire hernach solche Qvadrata, nach der 47. Propos. des 1. Buchs Euclidis zusammen.

2. Füge an die Seite e f. den Triangel a b c. erlängere d f. und ziehe c h. parallel mit e f. Ferner b h. und b d. hernach auch g e. parallel mit b d. gezogen/ so wird d g h. beyden ersten Triangeln gleich seyn. Dis wird bewiesen durch die 37. Propositon des 1. Buchs Euclidis.

3. Durch die 23. Propos. des 6. Buchs/mache den Triangel a b c. dem Triangel d e f. an Höhe gleich/und suche dessen basin f m. also: wie e i. gegen b h. also a c. zu der suchenden f m. diesen nach ist der Triangel d e m. auch gleich/ beyden ersten Triangeln zusammen.

Aus diesen dreyerley Arten zu addiren folget:

Daß nach der ersten manier alle re-und irregulare Figuren/wenn man solche in Qvadrata verwandelt/können zusammen addiret werden.

Nach der andern Art gleichfalls / und zwar ohne vorhergeschehene Verwandelung/ sondern nur durch die Aneinandersetzung.

Die dritte manier weiset alle ungleiche Triangel oder Eck-Figuren unter einerley Höhe oder Breite zubringen.

Das

Das letztere sagte Herr Archt: soll mir noch heute zu Nutz kommen/ als:

Die I. Fürgabe Fig. 9.

WEnn ich habe gestern eines abgemessenen Feldes a b c d e. Theilungs-Linie f g. gezogen/ und wolte gerne den Triangel h i k. (der von einen andern Stück Feld übrig blieben) noch an das Stück a b c f g. bringen.

Wenn man nun machet/ wie die perpendicular f n. zu der perpend. i m. also h k. zu g o. so wird verhoffentlich g f o. dem Triangel h i k. gleich/ und die addition richtig seyn.

Beweiß.

Dieses ist bey vorhergehender 5. Fürgabe durch die 23. Proposit. des 6. Buchs Eucl. albereit bewiesen/ war also von Herr Geon

Die VII. Fürgabe Fig. 10.

Zwey ungleich förmige Triangel von einander abzuziehen/ oder zu subtrahiren.

HJer soll der Triangel d e f. von dem Triangel a b c. subtrahiret werden/ so verfahre also: Suche/ wie b g. zu d f. also e h. zu c i. sich verhalte/ diesen nach wird a b i. der begehrte Rest seyn.

Beweiß.

Durch die 23. Proposit. des 6. Buchs Eucl. ist der Triangel d e f. gleich dem Triangel i b c. dahero a b i. nothwendig der Rest.

Die übrige Subtraction wolte Herr Geon bis zur Theilung der Flächen verspahren/ propo[illegible]nirte demnach

Die VIII. Fürgabe Fig. 11.

Eine iede Fläche zu multipliciren/ oder 2. 3. 4. 5. und mehr mal so groß zu machen.

MAn mache das Qvadrat a b c d. so ist b d. (oder welches gleich viel a e.) die Seite eines Qvadrats welches 2. mal so groß/ als a b c d. b e. (oder welches einerley a f.) ist die Seite eines Qvadrats so 3. mal so groß als a b c d. auf solche Art giebt b f. die a g. b g. giebt a h. b h. aber a i. b i. die a k. Letzlich b k. giebt a l. und so fort.

Dieses ist nun nicht allein von denen Qvadratis, sondern auch von Circuln/ und allen gleichförmig vermehrenden Flächen zu verstehen/ wie die Figur weiset/ in summa: die Linie a l. stellet die Lineam Geometricam des Proportional-Circkels warhafft dar.

Beweiß.

Durch die 49. des 1. und 30. Prop. des 6. Buchs Eucl. wird solches bewiesen.

Die IX. Fürgabe Fig. 12.

Eine iede Fläche noch umb ein begehrt Theil gröser zumachen.

ES an den Triangel a c g. zuverrichten/ welcher umb $\frac{2}{7}$ soll gröser gemachet werden/ iedoch also: daß solcher Triangel seine proportion behalte. Verfahre folgender massen. Theile eine Seite davon/ als hier a g. in 5. gleiche Theil/ und suche zwischen der gantzen Seite a g. und a b (welches $\frac{2}{7}$) mediam proportionalem, komt die Länge g b. diese recht winclicht an a g. gefügt/ hernach a b. von a. bis d. getragen und d e. mit g c. parallel gezogen/ so wird a e d. der begehrte Triangel seyn.

Beweiß.

Durch die 14. des 2. und 34. Proposit. des 6. Buchs Eucl. stehen auf a g. und g b. 2. gleichförmige Triangel/ davon g b. $\frac{2}{7}$ des Triangels a c g. thut/ daß also der gleichförmige Triangel auf a b. beschrieben (nemlich a e d.) gleich denen beyden auf a g. und g b.

Die X. Fürgabe Fig. 13.

Einen ieden Triangel in etliche begehrte andere-gleichgrosse- und gleichförmige Triangel dividiren oder zu theilen.

Es sey der Triangel a b c. welcher in 3. gleichgrosse- und mit a b c. gleichförmige Triangel soll getheilet werden. Als theile man a c. in 3. gleiche Theile / zwischen deren eins/a d. und a c. suche mediam proportionalem, komt a e. ziehe ferner e f. parallel mit b c. so ist a e f. einer von denen begehrten dreyen Triangeln.

Und auf solche Art/ kan ferner mit allen re-und irregularen Flächen procediret werden.

Beweiß.

Durch die 14. des 2. und 4. des 6. Buch Eucl. ist solches bewiesen.

Ein mehrers von der Theilung sagte Herr Geon soll künfftig folgen / da ich solches etwas ausführlicher erklären will / denn dieses ist ein nothwendig Stück bey Abtheilung der Felder/Wiesen/Holtzungen und dergleichen. Voritzo aber bin gesonnen / die Ausrechnung oder Inhalt der Flächen darzuthun; Weil aber hierzu die Decimal-Rechnung samt Ausziehung der Qvadrat-Wurtzel erfordern wird/ als möchte nicht übel gethan seyn/ dieserwegen vorher einige Nachricht zu geben/ were demnach

Die XI. Fürgabe.

Von der Decimal-Rechnung Eigenschafft und Rechnungs-Art.

Weil deren Theilung in natürlicher Ordnung der Zahlen bestehet/ als kan nicht so leicht eine andere kürtzere Rechnungs-Art gefunden werden/ man wolte dann neue und bequemere Ziffern erdencken. Denn gleich wie die Zahlen mit 1. 10. 100. 1000. 10000. ꝛc. auffsteigen/eben also geschiehet auch nach Decimalischer Art die Theilung/ daß 1. Ruthe 10. Schuch oder Primen, iede Prime 10. Zoll oder Secunden, iede Secunde 10. Tertien, iede Tertie 10. Qvarten, und so fort hat. Die Mathematici empfinden ihren Nutzen genugsam / und wer einmal daran gewohnet / der lässet solche nicht gerne wieder fahren. Sie kan aber zu anderer Art Rechnung/so nach Thaler/Gülden/Groschen/Centner/Pfund/Lot/ Qventlein/ꝛc. geschiehet/ nicht wohl gebrauchet werden / weil dergleichen Abtheilung nicht decimalisch. Dahero wird selbige meist bey solchen Verrichtungen gebraucht / deren Abtheilung in der Willkühr oder freyen Willen bestehet. Was der Decimal-Rechnung ihre Characteres oder Zeichen betrifft / sind gemeiniglich diese: 0. bedeutet Ruthe. /. Schuch oder Primen, // Zoll oder Secunden. /// Tertien, //// oder /v Qvarten. v Qvinten &c. In übrigen seynd bey solcher Art Rechnung die 5. Species, so wohl als bey anderer allgemeinen Rechnung zu betrachten/ nemlich

Numeriren.

° / // ///
3 8 4 7 ist 3 Ruthen. 8 Primen. 5 Secunden und 7 Tertien.

° / //
2 3 9 ist eine Grösse od Länge von 2 Ruthen/3 Primen, 9 Secunden, wie bey fig. 14. zusehē.

Addiren.

°	/	//	///
7	3	8	6
°	/	//	///
8	7	3	5	2
°	/	//	///
Sum. 9	4	7	3	8

Es wird nach allgemeiner Art addiret/ nur muß in Acht genommen werden/ daß die Zeichen recht unter einander zu stehen kommen.

Item addire folgende 4. Längen/ a b. von 2 5 7. c d. 37 und e f. 28. facit 6 2 5 vor die Länge g h. vide fig. 15.

Item

Item an der Figur 16. oder a b c d e. thut der qvadirte Inhalt des Triangels a b c. 4352. ace. 368 und e e d. 24. Ist die Frage! Nach den gantzen Inhalt. Facit 10432.

Subtrahiren.

17381	1321	7000
8583	6	1304
Rest 8798	Rest 721	Rest 5696

Die Subtraction geschiehet nach allgemeiner Art / nur daß die Zeichen recht unter einander zu stehe kommen. Wo aber etwas in der Ordnung mangelt / wird solches mit Nullen ersetzet.

Item von dem Triangel f g h. (fig. 17.) dessen Inhalt 1312 / wird 3978 durch den Triangel g h i. abgezogen. Ist die Frage! was der Inhalt des restirenden Triangels f g i. sey. Fac. 9144.

Multipliciren.

72 mit 324

21600	300
1440	20
288	4

Fac. 23328

Nota. Nach geschehener allgemeinen Multiplication, addire beyder Zahlen letzte Zeichen oder Strichlein / als hier / und // zusammen / thut ///. hiermit bezeichne des Fac. letztere Ziffer 8. und also ferner die übrigen nach der Ordnung rückwarts.

Also auch multiplicire.

35 mit 48 — Fac. 1680

72 mit 36 — Fac. 2592

3125 mit 256 — Fac. 8

Item an einen Parallelogram l m n o. (fig. 18.) hält die Seite l m. 75 und m n. 256. Ist die Frage! nach dem qvadrirten Inhalt. Facit 192.

Dividiren.

12 durch 6 abzutheilen — Fac. 2

19 durch 4 — Fac. 475

Nota. Wenn die theilende Zahl nicht auffgehet / so werden etliche Nullen dazu geschrieben wie hier bey 19 geschehen.

In übrigen ist die allgemeine Regul beym dividiren diese: Subtrahire des Theilers letzteres Zeichen oder Strichlein / von dem letztern Strichlein der theilenden Zahl / so werden des Qvotienten oder Facit letztere Strichlein übrig bleiben / als:

1284 durch 4 — Fac. 346

1935 durch 15 — Fac. 129

Sind aber der zertheilenden Zahl / ihrer letzteren Strichlein mehr / als des Theilers seine / so werden solcher zertheilenden Zahl so viel Nullen zugeschrieben / biß dieselbe an Zeichen oder Strichlein den Theiler gleich wird / als:

Dividire 168 durch 48. Fac. 35

Setze also 1680 durch 48.

Item eines ablänglicht recht winclichten 4. Ecks (fig. 19.) d e f g. qvadrirter Inhalt / thut 14094. die Länge der Seite d e. aber 18. Ist die Frage! Nach der Länge der andern Seite e f. Fac. 783.

Regula Detri.

72 giebt 9 was 1352

Fac. 169.

Nota Den Mittlern und hintern Satz in einander multiplicirt/und was komt/durch den fördern Satz dividirt.

Item nach einen fürgegebenen Parallelogram (Fig.20.) o p q r. dessen Seiten o p. 172. und p q. 792. soll ein anders a b c d. von gleicher Proportion gemachet werden/also: Daß dessen längste Seite a b. 12 lang sey/ist die Frage! nach der kürtzern Seite b c. Fac. 55 25 und etwas darüber.

wie o p. 172 gegen p q. 792. also a b. 12 gegen b c.

Nun können wir/sagte Herr Geon, an die Extrahirung oder Ausziehung der Qvadrat-Wurtzel/welche zu Ausrechnung allerhand Flächen sehr gebraucht wird/ wie dann ohne deren Hülffe keiner flachen Figur ihr Inhalt oder Gröſſe recht kan verstanden werden/ich wolte fast sagen/daß solche Extrahirung arithmeticè die gantze Geometriam dirigirte.

Die XII. Fürgabe Fig. 21.22.

Von Ausziehung der Qvadrat-Wurtzel.

Eine Qvadrat-Zahl ist/wenn eine Zahl mit sich selbst multipliciret worden. Zum Exemp.6 mit 6 multipliciret giebt 36. Ist also 36 eine Qvadrat-Zahl/ und deren Wurtzel 6.

Es sind aber nicht alle Zahlen Qvadrat Zahlen/nehmlich die jenigen deren Wurtzel in gemeinen Zahlen nicht kan ausgesprochen werden / dergleichen Qvadrat-Zahlen nennet man surdisch/ als:

Fig. 21. ist ein Qvadrat/iede Seite 8. Zoll lang und an Inhalt 64. Zoll/ also sagt man/ daß 64. eine Qvadrat-Zahl / und deren Wurtzel 8.

Fig. 22. ist auch ein Qvadrat/an Inhalt 56. Zoll/dahero wird gesagt/ daß 56. eine surdische Qvadrat-Zahl/weil deren Wurtzel(oder die Seite dieses Qvadrats) gantz accurat in gemeinen Zahlen nicht kan benennet werden / denn solche surdische Wurtzel thut ein klein wenig mehr als $7\frac{483}{1000}$ oder bey nahe $7\frac{484}{1000}$ Zoll vor die Länge einer Seite.

Es wird aber die Qvadrat-Wurtzel folgender gestalt extrahiret.

Zum Exempel/extrahire die Qvadrat-Wurtzel aus 1296. Fac. 36.

1296 | 36 die begehrte Wurtzel.
33

Operatio.

Erstlich punctire von hinten anfahende über die dritte Ziffer. So dann suche die genaueste Wurtzel zu 12. die ist 3. und also:

Subtrahire das Qvadrat 3 ist 9. von 12. restirt 3.

Duplire die erstgefundene Wurtzel 3 thut 6. damit dividire in 39. komt 6. und restirt 3.

Subtrahire letzlich das Qvadrat der gefundenen 6 ist 36. von 36. so gehet solches just auff.

Beweiß. Fig. 23.

Dis lehret die 4. Propositon des 2. Buch Euclidis, welche also lautet: Wenn eine Linie a d. nach Gefallen/als hier in e. getheilet wird/so ist das Qvadrat solcher Linie a d. (nehmlich das Qvadrat a b c d.) eben so groß (an Inhalt) als die Qvadrate von den Theilen(a e. und e d. nemlich das Qvadrat i b h f. und e f g d.) zusamt 2. rechtwincklichten Figuren von den Theilen (a e. und e d.) beschlossen (nehmlich a i f e. und f h c g.)

Oder:

Des

Des Qvadrats e d. Jnhalt ist 900
Des Qvadrats a e. Jnhalt thut 36
Das 4. Eck von a e und e d. beschloßen 180
Dis noch einmahl = = = = = 180

Jn allen 1296. welches gleich dem Jnhalt des Qvadrats a b c d.

Hierauff nun die Procedur vorhergehende Extraction zu beweisen.

So ist:

Die erstgefundene 3. die Seite des grössern Qvadrats e d.

Die 3. zu dupliren geschiehet wegen beyder 4. Ecke / ihre Breite a e. zufinden.

Das letzte Qvadrat von 6. ist das kleine Qvadrat a e.

Oder vielmehr:

Die erstgefundene 30. die Seite des Qvadrats e f g d. dessen Jnhalt 900. von 1296. subtr. restirt noch 396. (vor das kleine Qvadrat und beyde 4 Ecke.)

Die duplirte 30. thun 60. hiermit in den Rest 396 dividirt / komt 6. vor die Breite der 4. Ecke (a e. oder c g) also 6. mal 60. thut 360. (vor den Jnhalt beyder 4. Ecke) dis von 396 subtr. restirt 36.

Das letztere Qvadrat von 6. thut 36. ist vorhergehender Rest / oder das kleine Qvadrat i b h f.

Jtem extrahire die Qvadrat-Wurtzel aus 8 2 1 3 9 5 6. Facit. 2 8 6 6.

Nota. Hier wird das Punctiren allwege beym Ruthen / oder geraden Scrupeln / als: // /v. v/. v//. ꝛc. angefangen.

Jtem extrahire die Qvadrat-Wurtzel aus 72. Fac. bey nahe 8 4 8 5 3.

Nota. Weil 72 ein surdische Qvadrat-Zahl / als werden nach belieben etliche Nullen darzu geschrieben.

Jtem extrahire die Qvadrat-Wurtzel aus $1\frac{1}{8}$ Ruthe Facit 1 0 6 0 7.

Nota. Erstlich reducire $\frac{1}{8}$ Ruthe in decimalische Scrupel komt 1 2 5. als dann extrahire aus 1 1 2 5 0 0 0.

Hierauff solte nun wohl billig / sagte Herr Geon, die folgende Extraction der Cubic, Zens de Zens und anderer Wurtzeln folgen / weil aber solches nicht eigentlich zur Geometria sondern etwas weiter gehöret / als wollen wir dergleichen bis zu anderer Zeit verspahren. Herr Stan gab zur Antwort: wer will sich die Ordnung zum Sclaven machen lassen / er seines Orts möchte gerne dem Beweiß der Cubischen Wurtzel Extraction wissen / und die Fürstellung der folgenden Cörper als Zens de Zens, Sursoli &c. in Figuren sehen / welches ihm Herr Geon schon vorlängst versprochen / es würde auch verhoffentlich denen andern Freunden nicht zu wider seyn. Dahero war

Die XIII. Fürgabe / Fig. 24. 25. und 26.

Von Ausziehung der Cubic-Wurtzel.

EJne Cubic-Zahl ist / deren Wurtzel dreymal in einander multipliciret wird. Zum Exempel: Es sey die Wurtzel 6 mit 6 multipliciret / giebt 36. (ein Qvadrat-Zahl) dis wieder mit 6 multipliciret bringt 216. eine Cubic-Zahl.

Wie nun alle Zahlen nicht Qvadrat Zahlen seyn / also sind auch nicht alle Zahlen Cubic-Zahlen / sondern die meisten surdisch / als:

Fig. 24. ein Cubus oder Würffel / thut an cubischen Jnhalt 512. Zoll. Jst also 512. eine Cubic-Zahl / die Wurtzel aber 8. Zoll / nemlich: die Länge ieglicher Seite des Cubi.

Fig. 25. ist auch ein Cubus oder Würffel / an cubischen Jnhalt 422. Zoll / es ist aber 422. eine surdische Cubic-Zahl / weil dessen Wurtzel oder die Länge ieglicher Seiten bey nahe $7\frac{50074}{100000}$ Zoll / und also durch gemeine Zahlen nicht warhafft dargestellet werden kan.

Jn übrigen geschiehet die Extraction der cubischen Wurtzel folgender gestalt / als: Extrahire die cubische Wurtzel aus 13824. Facit 24.

13824 | 24 die begehrte Wurtzel.
1

Operatio.

Erstlich punctir von hinten oder zur rechten Hand anfahende allezeit die vierte Ziffer. Hernach zu 13 die genaueste cubische Wurtzel gesucht/diese ist 2. so dann subtrahire 8. (nehmlich die Cubic-Zahl von 2.) von 13. restirt 5.

Ferner:

Qvadrire 2 thut 4 dis triplirt giebt 12. hiermit in 58. dividire komt 4.
2 mit 4 multipl. und triplirt 24.
das Qvadrat von 4 = = 16

1456 dis mit der 4. multiplicirt.

5824 solches von 5824. subtrahirt.

Beweiß / Fig. 26.

Der Beweiß des Punctirens ist / weil alle Cubic-Zahlen (gerad und surdische) von 1. biß 999 nicht mehr als eine Ziffer zur Wurtzel haben. Dahero auch von 1. biß 999. nicht mehr als ein Punct erfordert wird. Die Cubic-Zahl 1000. bekömt so dann zur Wurtzel 2. Ziffern / nehmlich 1. und 0. oder 10. darum werden auch hierbey zwey Puncta erfodert. Nota. Mit wie viel Puncten auf solche Art nun eine iede Cubic-Zahl bezeichnet wird/eben so viel Ziffern bekomt auch deren Wurtzel.

Fernerer Beweiß der Operation.

Die Cubic-Zahl von 2 ist 8. (oder vielmehr von 20. ist 8000.) giebt den Cubum oder Würffel a f. oder a b c d e f g.

Der Rest 5. [oder vielmehr 5824.] ist der noch übrige Inhalt des gantzen Cubi.

2. qvadrirt thut 4. dis triplirt giebt 12. [oder vielmehr 20. qvadrirt thut 400 dis triplirt giebt 1200. sind die 3. Qvadrata a b c g. g c d e. und b c d bb.] hiermit in 58. dividirt. [vielmehr in 5824.] komt 4. vor die Länge a h.

2. mit 4. multiplicirt und triplirt/giebt 24. [oder vielmehr 20. mit a h. 4. multiplicirt/und triplirt/giebt 240.] vor die 3. Vier-Ecke a h k b. b n a a bb. und e d z w.

Das Qvadrat von 4 thut 16. ist das Qvadrat c m r t.

Aller dieser Flächen Inhalt (nemlich der 3. ersten Qvadrate 1200. der 3. vier Ecken 240. und letztern Qvadrats 16.) zusammen addirt thut 1456. dis mit ihrer Höhe a h. 4 multiplicirt giebt 5824. vor dem cubischen Inhalt solcher Cörper / welches obigen Rest gleich ist.

Oder wenn man dieser Cörper Inhalt 5824. zu dem Inhalt des Würffels a b c d e f g. 8000. addirt/so komt 13824. die Cubic-Zahl / oder Inhalt des gantzen Cubi.

Was die Extraction der fernerweit folgenden Wurtzeln betrifft / sagte Herr Geon, kann durch Hülffe einer darüber verfertigten allgemeinen Tabella gar compendios verrichtet werden (dergleichen Tabella ist in Arithmetischen Haupt-Schlüssel zu befinden) davon wir behöriges Orts auch handeln und voritzo Herr Stanen zu befriedigen/etliche dergleichen Cörper nach ihrer Ordnung durch Figuren vorstellen wollen.

Fig. 21.

Ist ein Qvadrat/dessen Inhalt oder Qvadrat-Zahl 64. Zoll / die Wurtzel aber / oder die Länge ieglicher Seite a b. 8. Zoll.

Fig. 24.

Ein Cubus oder Würffel an Inhalt (oder die Cubic-Zahl) 512. Zoll/ daß also die Wurtzel oder die Länge ieglicher Seite a b. 8. Zoll.

Fig. 27.

Ein Zens de Zens oder Biqvadrat, dessen Inhalt oder Zens de Zens Zahl thut 296 Zoll/also Radix oder die Wurtzel der Länge ieglicher Seiten a b. 6. Zoll.

Fig. 28.

Fig. 28.

Surſolidus 1. oder der erſte Surſolidus, deſſen Jnhalt oder ſurſolidiſche Zahl thut 7776. Zoll/ alſo die Wurtzel oder Seite a b. 6. Zoll.

Fig. 29.

Cubizenſus oder Zenſicubus, deſſen Jnhalt oder Zenſicubiſche Zahl thut 46656. Zoll/ die Wurtzel aber der Länge a b. 6. Zoll.

Fig. 30.

Surſolidus 2. oder Biſurſolidus, der andere Surſolidus. Deſſen Jnhalt oder Biſurſoliciſche Zahl thut 2187. Zoll/ und die Radix oder Wurtzel a b. 3. Zoll.

Fig. 31.

Zenſizenſizenſus deſſen Jnhalt oder Zenſizenſizenſiſche Zahl thut 6561. Zoll/ und die Wurtzel a b. 3. Zoll.

Fig. 32.

Ein Cubicubus deſſen Jnhalt oder Cubicubiſche Zahl iſt 19683. Zoll/ und die Wurtzel a b. 3. Zoll.

Herr Stan dancke Herr Geonen vor die gute Willfahrung/ und hette gerne auch einige Nachricht haben mögen/ wie die gemelde allgemeine Tabella über die Extraction aller itzgedachten- und folgende Cörper zumachen were. Dieſer verſprach ſolches künfftig zuthun/ weil er ſich wieder willen albereit in dieſer Materia ſchon etwas lange anffgehalten/ verſicherte Herr Stanen darneben/ daß ſelbiges gantz leicht zuverrichten/ und ihm nach weniger Zeit part hiervon geben wolte/ immittelſt war

Die XIV. Fürgabe.

Worauff die Ausrechnung der flachen Figuren gegründet.

Kurtz zu ſagen iſt ſolches das Qvadrat/ weil keine Figur geſchickter darzu als eben dieſe. Dahero alle Triangula, Parallelogramma, Trapezia, in ſumma alle re- und irregulare Figuren hiernach ausgerechnet werden/ nehmlich: mit wie viel kleinen 4. Eckichen Flächen oder Qvadratis eine iede flache Figur auszufüllen ſey/ und dis wird ſo dann der qvadrirte oder gevierte Jnhalt genennet. Jnſonderheit aber iſt die Ausrechnung der Triangel wohl zubetrachten/ denn dieſe ſinds/ ſo in Praxi an meiſten fürfallen/ wie dann mehrentheils alle re- und irregulare Flächen oder Figuren erſtlich in Triangel getheilet/ hernach ieder Triangel beſonders ausgerechnet/ und ferner deren qvadrirter Jnhalt zuſammen addiret wird/ dis darzu thun/ war

Die XV. Fürgabe/ Fig. 33. 34. und 35.

Eines ieden Triangels qvadrirten Jnhalt/ durch hülffe deſſen Perpendicular-Linie auszurechnen.

DEr Triangel ſind vornehmlich dreyerley Geſchlecht/ als: recht winclicht a b c. ſcharff winclicht d e f. und ſtumpff winclicht h i k. Jeder dergleichen Triangel kan wieder auf dreyerley Arten reſolviret werden/ nemlich:

1. Multiplicire die baſin mit der halben perpendicular, oder:
2. Die gantze perpendicular mit der halben baſi, ingleichen
3. Die baſin mit der perpendicular, und theile das Product in 2. Theil/ als nach 1. Art.

Fig. 33.

Multiplicire die baſin a c. 14. Zoll mit der halben perpendicular, a b. 6. Zoll/ kompt 84. Zoll vor den qvadrirten Jnhalt des Triangels a b c.

Fig. 34.

Multiplicire die baſin d f. 14. Zoll/ mit der halben perpendicular e g. 6. Zoll/ giebt 84. qvadrirte Zoll/ vor den Jnhalt des Triangels d e f.

Fig. 35.

Die basis h k. 7. Zoll mit der halben perpendicular i k. 6. Zoll multiplicirt/ giebt vor den qvadrirten Inhalt des Triangels h i k. 42. Zoll.

Beweiß/ Fig. 36. und 37.

Des 4. Ecks m n o p. Inhalt ist 168. Zoll/ weil nun der recht-wincklichte Triangel m n p. die helffte von 4 Eck. Folgt/ daß auch die Seite m p. nur mit der halben Seite m n. (welches die perpendicular ist) muß multipliciret werden.

Gleiche Beschaffenheit hat es mit dem scharffwincklichten Triangel m q p. denn der Inhalt m n q r. thut 60 Zoll/ dahero der Triangel m q r. die helffte 30. Zoll. Ferner thut der Inhalt r q o p. 108. Zoll/ und also der Triangel r q p. auch die helffte/ nehmlich 54. Zoll hierzu vorige 30. Zoll/ komt 84. Zoll wie begehrt wird.

Beyn stumpffwincklichten Triangel ist des 4. Ecks m n t v. Inhalt 192 Zoll/ dessen helffte der Triangel m t v. 96. Zoll. Ferner thut der Inhalt des 4. Ecks w x t v. 108. Zoll/ dessen helffte ist w t v. 54 Zoll/ dis von Triangel m t v. 96. Zoll subtrahiret/ bleibt 42. Zoll/ vor den Inhalt des Triangels m t v. welcher den stumpffwincklichten Triangel h i k. Fig. 35. gantz ähnlich und gleich ist.

Euclides hat solches die 37. und 41. Proposition des I. Buchs bewiesen.

Die XVI. Fürgabe/ Fig. 38. 39. und 40.
Wie eines ieden Triangels Perpendicular-Linie durch Rechnung zufinden.

1. Fig. 38. des rechtwincklichten Triangels a f h. Perpendicular-Linie zufinden/ so qvadrire die hypothenusam h f. und basin a h. komt 400. und 144. beydes von einander subtrahirt restirt 256. hieraus die Qvadrat-Wurtzel ertrahirt giebt 16. vor die begehrte Perpendicular-Linie a f.

2. Fig. 39. des scharffwincklichten Triangels d e f. Qvadrire alle 3. Seiten komt 169. 196. und 225 so dann beyde kleinere Qvadrata zusammen addirt/ und von der Summa das gröste Qvadrat subtrahirt/ bleibt 140. dis durch doppelt d f. 28. dividirt/ giebt 5. vor die Weite g f. Nunmehro ist an den rechtwincklichten Triangel g e f. die e f. und g f. bekand/ darzu suche die Perpendicular e g. wie bey der 38. Figur. gedacht worden/ so komt vor e g. 12.

3. Fig. 40. beyn stumpffwincklichten Triangel h i k. Qvadrire auch alle 3. Seiten/ komt 49. 225. und 400. so dann die beyden kleinsten Qvadrata addirt/ und von dem grössern Qvadrat abgezogen/ restiren 126. dis durch die doppelte basin h k. 14. dividirt/ giebt 9 vor die Länge k l. Ist also wieder an den rechtwincklichten Triangel k i l. bekand/ die k l. und k i. darzu suche die Perpendicular i l. wie bey der Fig. 38. erinnert worden/ so komt vor i l. 12.

Beweiß.

Das 1. ist durch die 47. Proposition des 1. Buchs Euclidis bewiesen.

Zum 2. durch die 13. Proposit. des 2. Buchs Euclidis, sind beyde Qvadrata d e. und d f. zusammen grösser als das Qvadrat von e f. umb 2. Parallelogram von d f. und g f. beschlossen. Dahero die Breite des einen 4. Ecks g f. zu finden/ die d f. muß duplirt werden.

Das 3. durch die 12. Proposit. des 2. Buchs Euclidis, da an ieden stumpffwincklichten Triangel das Qvadrat der grössern Seite grösser/ als die beyden Qvadrata der kleinern Seiten zusammen/ um 2. rechtwinckliche 4. Ecke von h k. und k l. beschlossen.

Herr Geon meinte ferner daß man auch könte durch

Die

Die XVII. Fürgabe/ Fig. 41.

Eines ieden Triangels Inhalt durch dessen 3. bekande Seiten [und also ohne Perpendicular-Linie] auszurechnen.

MAn addiret die Länge aller 3. Seiten komt 42. Ruthen. Dis halbirt thut 21. Ruthen/ hiervon iede Seite besondern abgezogen restirt 8. 6. und 7. Ruthen / dis dreyes und gemelde helffte 21. Ruthen in einander multiplicirt bringt 7056. Ruthen/ hieraus/ die Qvadrat-Wurtzel extrahirt giebt 84. Ruthen vor dem begehrten qvadrirten Inhalt.

Beweiß / Fig. 42.

Man beschreibe in den Triangel a b c. einen Circul / und ziehe aus dessen Centro d. an alle 3. Seiten die Perpendicular-Linien alsdann an die erlängerte b a und b c. die a h gleich der g c. und c i gleich der a g. gemacht. Ferner in h. und i. Perpendicular-Linien gestelt/ welche zusammen kommen in m. endlich a m. b m. c m. gezogen/ und letzlich g c. von a. bis n. getragen/ so fället m n. perpendicular auf a c.

Diesen nach hält b h die 3. Differentien der helffte der Seitē / gegen iede Seite/ (nemlich b e. von der Seite a c. a e. von der Seite b c. und a h. von der Seite a b.) wie auch solche Helffte besondern in sich. Ferner seynd in den 4. Eck m h a n. und a e d g. (nach der 22. Propositi. des 3. Buchs Eucl.) ie 2. Winckel gegen einander über zweyen rechten gleich. Dahero seynd die Winckel e a g. und h m n. gleich/ und verhält sich e d gegen e a. wie a h gegen h m. oder wechselsweise wie h m gegen e d. also b h. gegen b e.

Aus diesen allen folgt/ daß das 4. Eck von e d und h m. beschlossen (nach der 16. Prop. des 6. Buchs Eucl.) gleich dem 4. Eck von a e. und a h. beschloßen. Darum wenn b h. mit dem Qvadrat von e d. multipliciret wird/ ist solches gleich so viel/ als würde b e. mit dem 4. Eck von a e. und a h. beschlossen multipliciret (welche Multiplication die 3. differentien seynd) dis ferner mit der helffte der Seiten b h. multipl. giebt gleich so viel als wenn b h. mit dem Qvadrat von e d. und das kommende wieder mit b h. multipl. wird. Oder welches gleich viel/ das Qvadrat b h mit dem Qvadrat e d. Dessen Qvadrat-Wurtzel ist b h. mit e d. multiplicirt (nach der 8. Propositi. des 18. Buchs Eucl.) welches gleich den Inhalt des Triangels.

Herr Novi sprach! die Ausrechnung des Triangels möchte noch passiren/ aber der Beweiß fiele vor ihm etwas zu subtil, er wolte lieber bey seiner Art Triangel zu berechnen bleiben/ als da were.

Die XVIII. Fürgabe/ Fig. 43.

Einer ieden re- oder irregularen geradlinischen Figur oder Fläche/ qvadrirten Inhalt auszurechnen.

HIer theile ich die Figur durch die Diagonal-Linien b d. und b e. in Triangel/ und nehme ab die Länge b d. 24. Ruthen/ b e. 31. Ruthen/ a e. 36. Ruthen (welches von einer darzu behörigen Scala geschiehet.) Ferner die Perpendicular c f. 9. Ruthen/ d g. 18. und b h. 21. Ruthen (es ist auch zu wissen daß die Perpendicular-Linien eben nicht dürffen gezogen werden/ sondern man setzet nur den einen Fuß des Circkels in c. und spannet solchen so weit auf/ bis die Linie b d. berühret wird/ dis giebt als dann die Länge der Perpendicular-Linie c f.) Ferner:

b d. 24 Rut. mit der Perp. c. 9. R. mult.
thut 216 Ruthen vor den Inhalt [doppelt] des Triangels b c d.
a e. 36 R. mit der Perp. b. 21. R. mult.
thut 756 R Inhalt a b c. (doppelt.)

b e. 31 R. mit der Perp. d. 18. R. mult.
thut 558 R. vor den Inhalt [doppelt] des Triangels b d e.

216 R.
558 R.
756 R.
} alles zusammen addirt.

1530 R. dis halbirt.
komt 765 Ruthen / vor dem begehrten qvadrirten Inhalt der gantzen Figur a b c d e.

Und auf solche Art sagte Herr Novt, rechne ich alle Flächen aus/ denn wo mit den Circkel nur etwas subtil handthieret/und der Riß in Acht genommen würde/ wolte er sich hoch verwetten/ daß diese manier mehrentheils besser zutreffen solte / als da man ieden Triangel nach Euclideischen Fundamenten ausrechnete: es were nur eine Singularität so gar accurat zu verfahren/er gebe ein Exempel? daß wenn ein Geometra oder Feldmesser ein stück Acker oder Feld abgemessen/und in Grundriß gebracht/ hernach gleich etliche Ruthen mehr oder weniger berechnete/so bekäme doch der Inhaber dieses Ackers oder Feldes nicht einen Fuß breit mehr oder weniger Landes/als die Reinung gienge/und könte man in Praxi bey 200. Ruthen einen Fehler von etwas mehr als 1. Ruthe schon passiren lassen. Denn das Messen liese sich niemands in Felde so accurat, auch bey der grösten Behutsamkeit / als das Rechnen handthieren.

Herr Geon war damit nicht zufrieden/sondern wolte schlechter Dings haben/daß (so viel möglich) kein Error bey einiger Messung mit unterlauffen solte. Herr Novt war zufrieden/und liese Herr Geons Einwurff (so viel möglich) gelten/ immittelst wolte er voritzo dieserwegen keinen Streit anfangen / sondern bis dahin ausgestellet seyn lassen / wenn etwa bey Gelegenheit eine Proba in Felde könte gethan werden / da würde iedweder sehen / wie nahe offtmals der Warheit beyzukommen were/bate in übrigen Herr Geonen/ seine Materiam zu continuiren; War also:

Die XIX. Fürgabe/ Fig. 44.45. und 46.
Eines Circuls qvadrirten Inhalt auszurechnen.

Bevor diese Fürgabe erörtert würde/hielte Herr Geon vor dienlich/vorhero die Vergleichung des Diametri gegen seiner Circumferenz zu untersuchen.

Nun haben sich viele bemühet eine commode und richtige Vergleichung zufinden/aber biß dato zu keinen Schluß gelangen können/ sondern es ist wie man zu sagen pfleget! immer beyn alten blieben und wird auch wohl vielleicht darbey bleiben.

Denn eine gantz accurate Vergleichung in gemeinen Zahlen zufinden/ ist unmöglich.

Die allbereit gefundenen Vergleichungen aber/ie näher sie zum Zweck kommen/ie grössere Mühe hat man damit/und offtmahls wenig profit dabey.

Es sind aber die bekanden Vergleichungen/folgende.

Archimedes (als der erste Erfinder so viel man Nachricht) hat ein gantz Buch hiervon geschrieben und gesetzet/daß wenn die Breite oder der Diameter eines Circuls 7. so were dessen Umkreiß oder Circumferenz etwas weniger als 22. vide fig. 44. Were aber der Diameter 71. so sey dessen Circumferenz etwas mehr als 223.

Nach ihm Ptolomeus, hat gesetzet dem Diam. gegen die Circumferenz wie 120 gegen 377.

Metius in Frießland / hat den Diameter gegen seiner Circumferenz verglichen wie 113. gegen 355.

Vieta wie 10000000000. gegen 31415926535.

Ludolph von Ceulen/ wie 100000000000000000000. gegen 314159265358979323846.

Johann Pellius, wie 10000000000000000000000000000000000000. gegen 31415926535897932384626433832795028 9.

Herr Novt sprach! ich habe mich auch eine Zeit darinne exerciret / weil aber schlechter Vortheil dabey zu hoffen/so bliebe die Arbeit liegen/ immittelst bekame ich etliche Vergleichungen/welche hier mit nachzusetzē nicht undienlich seyn wird/diese sind wie 127 gegen 399. 163 gegen 512. 191 gegen 600. 247 gegen 776. 311 gegen 977 431 gegen 1354. 551 gegen 1731. 593 gegen 1863. und 671 gegen 2108.

Diese Vergleichungen kommen zwar der Wahrheit alle näher als des Archimedis seine/deme allen ungeacht brauche ich doch keine andere als die Archimedische / und wann es ja sehr genau seyn soll/des Metii Vergleichung. Auch setze an statt 7 gegen 22. mehrentheils 1. gegen 3 1/7. der Fehler dieser Archimedischen Vergleichung ist / daß die Circumferenz gegen dem Diametro etwa den drittehalbtausenden Theil [oder $\frac{1}{2500}$] mehr als

wahrhafft

wahrhafft/welcher geringe Fehler in Praxi nicht leicht zu verhüten/und dahero des Archimedis Vergleichung zum Gebrauch wohl die beste bleibet. Herr Stan opponirte ihme/und sagte nein darzu /daß Archimedis Vergleichung allezeit die beste sey / in Astronomicis muß man etwas behutsamer verfahren / denn da wil weder des Archimedis noch Metii Vergleichung offtmahls genug seyn / sondern bedienen uns des Ludolph von Ceulens Vergleichung mit grossen Nutzen. Meine lieben Herrn sagte Herr Novt! Es heist auch zu mancher Zeit mit euch: Nicodeme du irrest weit? Ihr wollet mehrentheils so gar genau verfahren / und kommet doch nur um desto mehr von der Warheit ab. denn ob wohl des Archimedis Vergleichung eures Orts nicht in so grosser consideration, so kan doch des Metii seine noch wohl passiren / denn diese ist schon so subtil, daß alle Astronomis ihren Fehler nimmer mehr verhüten können. Denn wenn etwas in der That verrichtet und observiret wird/so müssen hierbey die Hände und das Gesicht wohl das meiste thun. Ob nun das Auge dergleichen Fehler verhüten solte/ kan ich gantz nicht begreiffen/und bin dessen Subtilität offtmals mehr als zu viel gewahr worden. Daß aber bey Ausrechnung und Formirung etlicher Tabellen/des Ludolphs von Ceulens Vergleichung einigen Vortheil giebt / leugne ich gantz nicht / iedoch kan solches des Metii Vergleichung auch eben so gut verrichten. Herr Stan machte ihm noch einen Einwurff nehmlich: Er solte doch bedencken die unbegreiffliche Höhe des Firmaments/ wenn man die Distanz der Himmlischen Cörper/ wie weit solche unter sich selbst auch von der Erden entfernet und so dann ihre Grösse und Corpulentz ausrechnete/was nicht vor grosse Fehler durch die Archimedische Vergleichung auf solche Art begangen würden. Es läst sich hören/sagte Herr Novt: doch möchte ich mir keine bessere Gewißheit in eben dieser Sache wündschen / als so weit des Archimedis seine Vergleichung gehet. Denn waß die Weite der Himmlischen Cörper Entfernung von der Erden betrifft/ wenn man so vieler Autorum ihre dißfals gehabte subtile Observationes betrachtet / was vor schöne Gewißheit ist wohl da zu finden? Einer will die Distanz der Sonnen von den Erdboden 1000. Welt-Ruthen/ der andere weniger/der dritte aber nochmehr / und etliche derer neuesten gar bis 4000. Welt-Ruthen haben. O der schönen Warheit! wenn Archimedes so viel bey seiner Vergleichung gefehlet hette/als 1000. und 4000. von einander entfernet/ gewiß man würde solche müssen beyseit setzen. Ich meines Orts will selbige behalten / und keine andere mehr suchen/auch einen ieden gerne die Freyheit überlassen / sich einer andern nach belieben zu bedienen. Sie wolten weiter an einander / wenn nicht Herr Geon darzwischen kommen/ und diesen Streit biß zu anderer Zeit auszusetzen ersuchet hette/ weiln er voritzo gerne die Ausrechnung des Circuls zu ende bringen wolte. Es wurde auch beschlossen des Archimedis Vergleichung stets zu behalten/immittelst sey des Circuls Diameter (Fig. 45) a b. 14. Zoll/so rechne man also:

7. Diam. giebt 22. Circumf. was 14. Zoll Diam.

komt 44. Zoll vor die Circumferenz dis mit den vierten Theil des Diametri $3\frac{1}{2}$ Zoll multiplicirt.

bringt 154 Zoll vor den begehrten qvadrirten Inhalt des Circuls.

Oder: Man multiplicire die Circumferenz 44. mit dem Diam. 14. Zoll/thut 616. Zoll/und theile dis in 4. Theil/kömt auch 154. Zoll Inhalt.

Desgleichen die helffte der Circumf. 22. Zoll mit der helffte des Diam. 7. Zoll multipl. giebt auch 154. Zoll.

Beweiß. Fig. 46.

Ein ieder Circul wird gleich andern Flächen Triangelweiß ausgerechnet/solche Triangel werden formiret außn Centro c. bis an die Circumferenz, und weiln hier der Diameter d f. 14. Zoll / und die Circumferenz 44. Zoll / als sind in diesen Circul 44. Triangel verhanden/an deren ieden basis d e. 1. Zoll/dessen Höhe aber die helffte des Diametri c g. 7. Zoll thut. Nun wird eines ieden Triangels Inhalt zufinden/die basis d e. mit der hal-

ben Perpendicular c g. (ist $3\frac{1}{2}$ Zoll/ der 4te theil des Diam.) multiplicirt/ (laut vorhergehender 15. Fürgabe.) als folgt: daß auch alle 44. Triangel oder die 44. Zoll Circumferenz mit den vierten theil des Diametri, nehmlich mit $3\frac{1}{2}$ Zoll müßen multiplicirt werden.

Herr Novt fragte: ob dieser Beweiß geometricè zu verstehen/ nein sagte Herr Geon: sondern wie sich Archimedes Vergleichung [7. gegen 22.] gegen die Warheit verhält/ eben also verhält sich solcher Beweiß auch gegen die Warheit. Denn wenn dergleichen Beweiß geometricè in Zahlen könte dargethan werden/ so were auch dadurch eine richtige Vergleichung des Diametri gegen die Circumferenz zu determiniren. Und so wohl in gegentheil durch eine gefundene richtige Vergleichung (des Diametri gegen die Circumferenz) die Ausrechnung des Circuls geometricè zu beweisen. Dieses aber zu erlangen/ ist wie allbereit gedacht worden/ unmöglich/ ob sich schon viele stattliche Ingenia daran gemacht/ so haben sie doch beym Schluß eben so wenig/ als das perpetuum mobile zu finden/ erlanget. Und solche Unmöglichkeit darzuthun sagte Herr Geon ferner/ möchte ich gerne vor itzo abhandeln/ iedoch weil dergleichen Materia etwas subtil, als wolte er selbiges biß zu anderer Zeit verspahren.

Herr Novt bekande: daß er auch in dergleichen manche schöne Stunde zugebracht/ und hette lieber itzo die Continuation mit angehöret/ weil aber Herr Geon dismal nicht dran wolte/ als ersuchte er ihn zum wenigsten nur dem Beweiß der Archimedischen Vergleichung noch zu erörtern. Herr Geon hette solches gerne weiter hinaus verschoben/ iedoch kürtzlich zu gedencken fing er also an: Archimedes hat dieser wegen ein gantz Buch geschrieben/ und alles weitläufftig bewiesen/ und were hier noch einmal zu thun fast unnöthig/ man könte aber solches per Tabulas Sinuum gar leicht also verrichten Fig. 47. a f. sey sinus totus 10000000. und der Winckel c a e. halte 1. Grad/ diesen nach ist der Bogen b d. der 360. Theil des gantzen Umkreises. Ferner ist b g. sinus von 30. Minuten. 87265. thut also b d. 174530. wir wollen es aber noch kleiner setzen/ nehmlich: 174529. Desgleichen ist c f. tangens von 30. Minuten 87269. also c e. 174538. wir wollen es aber grösser setzen/ nehmlich 174539.

Fig. 48.

Es hat auch Archimedes in seinen ersten Buch de Sphæra & Cylindro im 3. Axiomatè dargethan/ daß h m. zwar kleiner als der Bogen h k m. hingegen aber i l. (als welches gleich h n. und n m. zusammen) noch grösser sey als der Bogen h k m. Dahero folgt/ daß der Bogen b f d e. fig. 47. etwas grösser als die Linie b d. hingegen aber auch etwas kleiner als die Linie c e. sey. Beydes b d. 174529. und c e. 174539. iedes insonderheit mit 360. multiplicirt komt 62830440. und 62834040. daß also:

Wenn der gantze Diameter o f. 20000000. der Umkreiß oder die Circumferenz nicht kleiner als 62830440. hingegen auch nicht grösser als 62834040. seyn könne [weil b g. kleiner als der Bogen b f d. und über dis noch kleiner ist gesetzet/ wie auch in Gegentheil c e. grösser als gemelder Bogen/ und doch noch grösser ist gesetzet worden.)

Dahero:

10000000. gegen 31415220. zu klein. 10000000. gegen 31417020. zu groß. das Mittel were 10000000. gegen 31416620. welches also der Warheit schon weit näher als des Archimedis Vergleichung?

Eine schöne Demonstration sagte Herr Novt: sind doch die Tab. Sinuum an sich selbst surdisch/ wie kan man denn einen sichern Beweiß daraus anführen.

Daß lasse er sich nicht irren/ antwortete Herr Geon: es ist der Schluß auch nicht accurat gesetzet worden/ genug: daß solche in so weit dienen/ die Gewißheit der Archimedischen Vergleichung darzu thun/ ich habe schon vormahls gedacht/ dieses biß zu anderer Zeit zu verspahren/ sonst wolte ich ihm eine andere und vielleicht nähere Demonstration machen/ voritzo folget

Die

Die XX. Fürgabe/ Fig. 49.
Eines Circulstücks qvadrirten Inhalt auszurechnen.

ES fallen bey Abmessung der flachen Figuren/als Felder/Wiesen/Teuche/Weinberge/ꝛc. mehrentheils Circulstücke für/da der Bogen a b c. niemahls ohne grosse Mühe gemessen/und hernach ohne Tab. Sinuum sein Inhalt kan ausgerechnet werden/da denn am beqvemsten/daß man folgenden Mechanischen Vortheils sich bedienen/ nemlich: Den Bogen a b. theile in 3. gleiche Theil/deren eines ist e b. ferner von a durch e. die Linie a f. biß an die erlängerte b d. gezogen/so wird der Triangel a f c. bey nahe dem Circulstück an Inhalt gleich seyn. An solchen Circulstück sey die Chorda a c. 12. Ruthen/und die Sagitta b d. 1. Ruthe 2. Primen, diesen nach wird sich finden daß die perpendicular d f. 1. Ruthe 6. Primen 1. Secunde halte. Dis mit halb a c. 6. Ruthen multiplicirt/ giebt 9. Ruthen 6. Primen 6. Secunden vor den begehrten Inhalt des Circulstücks.

Nota. Es läst sich aber dergleichen Modus an niedrigen Circulstücken füglicher/ als bey hohen practiciren/ bey welcher letztern Beschaffenheit besser (wie fig. 50. zeiget) daß man erstlich den Triangel g h i. formire/ und mit den übrigen Circulstücken laut vorhergehend verfahre Wie aber ein Circulstück per Tab. Sin. auszurechnen/soll behöriges Orts auch folgen. Immittelst wurde auf dismahl diese Zusammenkunfft (nach genommener Abrede/ zu welcher Zeit sie sich wieder bey Herr Geon einfinden wolten) geendiget/ und giengen damit sämtlich von einander.

Nach dem die Zeit herbey genahet/ stelte sich die gantze Gesellschafft wieder bey Herr Geon ein/ und war

Die Dritte Frage/
Von der STEREOMETRIA,
Oder
Meßkunst derer Cörper.

DJese Cörperliche Meßkunst gründet sich auf vorhergehende Geometriam, deñ was daselbst von denen Flächen gedacht worden/ wird hier durch Cörperliche Figuren verstanden.

Sie ist der Endzweck aller Mathematischen Künste/ und stellet iedes auf der gantzen Welt in seiner Zahl/ Maas und Gewichte dar.

Insonderheit hat der unvergleichliche Künstler Archimedes sich einen unsterblichen Nahmen damit zuwege bracht/ und durch deren Hülffe fast übernatürliche Dinge verrichtet/seine Begierde hierzu war allzu groß/ daß er auch seines Lebens darüber vergaß.

Wohlan meine Herrn sagte Herr Geon: wollen wir fernerweit was fruchtbarlichs verrichten/so müßen wir auch in Archimedis Fußstapffen treten/und eifferige Nachfolger seyn/die Früchte werden nicht aussen bleiben/sondern sich nach und nach schon geben/ vorhero aber zur Sache selbst zukommen were

Die I. Fürgabe / Fig. 51. 52. 53. 54.
Zugespitzte Cörper auffzureissen.

Deren sind vornehmlich zweyerley/als: Eckichte und Runde.

1. ist die eckichte Spitz-Säule oder Pyramis, bekomt den Nahmen von ihren Ecken/ nehmlich: Fig. 51. ist eine 3. eckichte-Fig. 52. eine 4. eckichte-und Fig. 53. eine 5 eckichte Spitz-Säule oder Pyramis.
2. der runde Kegel oder Conus Fig. 54. dessen basis ein runder Circul. Was deren Auffreissung betrifft/geschiehet also: formire erstlich ihre bases oder Grundflächen/in dessen Mitte stelle eine Perpendicular-Linie/ nach begehrter Höhe. Das übrige giebt sich so dann selbst.

Die II. Fürgabe Fig. 55. 56. 57. 58.
Cörper so gleich aus / oder durchgehends gleich dick / auffzureissen.

Deren seynd auch zweyerley Geschlecht/nehmlich: Eckichte und Runde.

1. Eck-Säulen oder Prismata, bekommen den Nahmen von ihren Ecken/ also ist Fig. 55. eine 3. Eckichte/und Fig. 56. eine 5. Eckichte Eck-Säule oder Prisma.
2. die runde Säule oder Cylinder Fig. 57.

Ihre Auffreissung wird also verrichtet:

Beyn Eck-Säulen formire man erstlich ihre Grundflächen / auf deren Ecken stelle so dann Perpendicular-Linien / welche hernach gleicher Höhe gemacht werden/ so giebt sich die obere Fläche selbst.

Beyn Cylinder oder runden Säule/ zertheile dem Diametro der Grundfläche durch eine Linie in 2. gleiche Theil/auf solche Theilungs-Linie trage die Höhe des Cylindri, und nachgemachter Breite der obern Fläche beschliese so dann solchen Cylinder.

Das Parallelepipedum Fig. 58. kan auch hierunter mit gezehlet werden/ denn solches ist nichts anders/als eine kurtze 4. eckichte (iedoch recht wincklichte) Eck-Säule.

Die III. Fürgabe Fig. 59. 60.
Abgekürtzte Cörper auffzureissen.

Dieser sind gleichfals zweyerley Gattung/ nehmlich: Eckichte und Runde/ als:

1. Eine abgekürtzte Spitz-Säule oder Pyramis Fig. 59.
2. ein abgekürtzter Kegel oder Conus Fig. 60.

Die abgekürtzte Pyramis reisse also auf: mache die Grundfläche a b c d. ferner aus deren Mittelpunct n. die perpendicular-Höhe n f. hernach ziehe durch f. zwey blinde Linien parallel mit a c. und b d. formire so dann die obere Fläche g h i m. und beschliese diese abgekürtzte Spitz-Säule.

Beyn abgekürtzten Kegel/ zertheile e f. halb durch die perpendicular-Höhe g h. ziehe durch h. die i o. parallel mit e f. hernach formire die obere Breite i o. und beschliese so dann solchen abgekürtzten Kegel.

Nun ist noch übrig wie eine Kugel und deren eingeschriebene 5. Corpora regularia auffzureissen.

Die Kugel braucht keine sonderbahre Kunst/ und wird mehrentheils nur als ein blosser Circul vorgebildet/ wie Fig. 61. zusehen. Bey Fig. 62. aber ist solche ausschattiret.

Folget:

Die IV. Fürgabe.
Von Ausreissung derer 5. regulirten Cörper.

DAs Tetraedrum oder erste Corpus regulare bestehet in 4. gleichseitigen Triangeln Fig. 63. Deren Zusammenbiegung [wenn solches von Pappier oder dergleichen Materia bereitet wird] oder das Corpus an sich selbst zeiget Fig. 64. Das

Das Octaedrum oder andere Corpus regulare bestehet in 8. gleichseitigen Triangeln Fig. 65. Das zusammen gesetzte Corpus aber zeiget Fig. 66.

Das Hexaedrum, der Cubus oder Würffel und dritte Corpus regulare bestehet aus 6. gleichseitigen Qvadratis Fig. 67. Das gantze Corpus aber ist zusehen Fig. 68.

Das Icosaedrum oder vierte Corpus regulare bestehet in 20. gleichseitigen Trianguln Fig. 69. Solche 20. Triangel zusammen gedrücket giebt das gantze Corpus Fig. 70.

Das Dodecaedrum oder fünffte und letzte Corpus regulare auffzureissen / wird formiret aus 12. regularen 5. Ecken wie Fig. 71. zusehen.

Das gantze zusammen gesetzte Corpus aber zeiget Fig. 72.

Herr Novt sagte: wenn Euclides der erste Inventor dieser 5. regulirten Cörper gewesen / so müste man billig dessen Scharffsinnigkeit admiriren / und were gut / so er noch mehrere fingiret hette / weil aber solches unterblieben / als wolte er sich ehestens daran machen / um zum wenigsten noch ein Corpus regulare zufinden. Herr Geon kunte sich über diese Verwegenheit nicht genugsam verwundern / und urtheilete leicht / daß Herr Novt dieser 5. Cörper Eigenschafft nicht allerdings inne hatte / warnete ihm derohalben von seinen Fürnehmen abzustehen / weiln es nicht möglich noch eines ausser diesen zufinden / welches durch die 21. Proposit. des 11. Buchs Euclidis gar leicht könte bewiesen werden. Herr Novt were dieserwegen baldjalou worden / wolte dannenhero sich mit was anders revangiren und meinte / die Auffreisung der Cörper biß daher / hette keine statt / es müste perspectivisch geschehen. Ich bin auch wohl so klug antwortete Herr Geon, aber vor itzt will sich solches nicht füglich thun lassen / sondern wollen dasselbe verspahren / bis wir von der Perspectiva handeln werden / denn es möchte sonst die Pferde von hinten angespannet heisen / war also:

Die V. Fürgabe / Fig. 73.

Wie zwischen zweyen fürgegebenen geraden Linien / zwey mitlere gleichverhaltende zufinden.

ES wird nicht undienlich seyn / ehe wir zu weiterer Erörterung der Stereometria schreiten / diese Fürgabe zu erklären / weiln durch deren Hülffe / die meist folgende Fürgaben müssen absolviret werden.

Nun haben sich viele Mathematici bemühet / solches durch Linien so wohl mechanicè als auch geometricè commod zu verrichten / es ist aber unter allen erfundenen Arten mehrentheils folgender mechanischer Weg / als die leichteste manier beliebet worden / nehmlich:

Formire aus beyden fürgegebenen Linien b c. und c d. das Parallelogram a b c d. erlängere a b und a d. ziehe a c und b d. als dann ziehe auch f g. also: daß e f. und c g gleich weit / auch die Linie f g. die Ecke c. just berühre (welches durch Hülffe eines bey c. angelegten Linials verrichtet wird) so giebt als dann b f. die eine / und d g. die andere mitlere gleich verhaltende suchende Linie / das ist: wie b c. sich gegen b f. verhält / also wird sich auch b f gegen d g. und auch d g gegen c d verhalten.

Durch Rechnung.

Die beste manier ist solche Mittlere-gleichverhaltende Linien arithmeticè oder durch Zahlen zusuchen / also:

b c. sey 8. Ruthen / und c d. 27. Ruthen. Zum ersten qvadrire 8 Ruthen / komt 64. Ruthen / dis mit c d. 27. Ruthen multiplicirt giebt 1728. Ruthen / hieraus die Cubische Wurtzel extrahirt bringt 12. vor b f. die eine mitlere gleichverhaltende Linie.

Zum andern qvadrire c d. 27. Ruthen / komt 729. Ruthen / diß mit b c. 8. Ruthen multiplicirt giebt 5832. Ruthen / hieraus die cubische Wurtzel extrahirt bringt 18. Ruthen vor d g. die andere begehrte mitlere gleichverhaltende.

Der Beweiß.

Ist die 21. Proposit. des 8. Buchs Euclidis.

Die VI. Fürgabe/ Fig. 74.75.
Zugespitzte Cörper/ in andere/ so durchaus gleich dick/ zu verwandeln.

DAs ist: einen Pyramidem oder Conum, in ein Prisma, Cylinder oder Parallelepipedum zu verwandeln/ als hier soll erstlich der Conus Lit. A. in einen Cylinder verwandelt werden. So stelle auf dessen Grundfläche einen Cylinder B. iedoch nur den dritten Theil so hoch/gegen der Höhe des Coni Lit. A.

Wolte man solchen aber in ein Prisma verwandeln: So verwandele dessen basin in ein Qvadrat und mache auf solch Qvadrat ein Prisma Lit. C. auch den dritten Theil so hoch/als die Höhe des Coni A. ist.

Gleicher gestalt verfahre mit der 3.eckichten Pyramide fig. 75. nehmlich: Man stelle auf deren Grundfläche ein Prisma E. den dritten Theil so hoch als die Pyramis E. Oder: Theile die Grundfläche in 3. Theil/ und stelle auf das eine Theil ein Prisma, mit der Pyramide gleicher Höhe.

Beweiß.

Durch die 7. und 10. Propositi. des 12. Buchs Euclidis ist solches bewiesen.

Die VII. Fürgabe/ Fig. 76.
Ein Prisma in einen Cubum zu verwandeln.

DAs Prima sey Lit. F. so verwandele dessen 5. eckichte Grundfläche in ein Qvadrat G. Als dann suche zwischen einer Seiten dieses Qvadrats und der Höhe des Prismatis zwey mitlere gleichverhaltende Linien/ davon die erste h. eine Seite des begehrten Cubi Lit. I. ist.

Beweiß.

Durch die 21. Propositi. des 8. Buchs Euclidis ist solches bewiesen. Ebener massen kan man auch einen Cylinder in einen Cubum verwandeln/nehmlich: wenn des Cylindri Grundfläche erstlich in ein Qvadrat verwandelt wird/ und so dann zwischen einer Seite dieses Qvadrats und der Höhe des Cylindri 2 mitlere gleichverhaltende gesucht werden.

Anhang.

Und auf solche Art sagte Herr Geon ferner/ könten unendliche Fürgaben (Cörper in andere Cörper zu verwandeln) fingiret werden/ wie wohl mir keine manier besser/ als arithmeticè damit zu procediren gefället/ da man gar behend ein iedes re-oder irregulirte Corpus in ein anders nach begehren durch eine einzige allgemeine Regul verwandeln kan/ diß aber darzu thun wollen wir zu anderer Zeit verspahren/ und dismahl seyn lassen.

Die VIII. Fürgabe/ Fig. 77.
Zwey/drey und mehr Cubos zusammen zu addiren/oder in einen zubringeu.

DEren sind hier drey/ als Lit. L. M. und N. so addire erstlich die beyden L. und M. also:

Suche nach einer Seite des Cubi L. und einer Seite des Cubi M. die vierte stete proportionirte oder gleichverhaltende Linie/ komt die Länge b c. ferner zwischen a b. und a c. zwey mitlere gleichverhaltende gesucht/ davon die erste d e. eine Seite des Cubi Lit. O. giebt/welcher so groß/ als die beyden L. und M. zusammen.

Eben auf solche Art addire nun auch den Cubum N. zu dem Cubo O. nehmlich: Nach einer Seite des Cubi O. und einer Seite des Cubi N. die 4te gleichverhaltende gesucht/komt e f. ferner zwischen d e. und d f. zwey mitlere gleichverhaltende/ davon die erste g h. die Seite des Cubi P. giebt/ welcher so groß als alle 3. vorhergehende L. M. und N. zusammen.

Be-

Beweiß.

Durch die 33. Propoſit. des 11. und 21. Prop. des 8. Buchs Euclidis wird ſolches bewieſen.

Anhang.

Auf ſolche Art kann man gar leicht alle gleichförmige Corpora zuſammen addiren/ wenn nur proportionirte Seiten zur Operation erwehlet werden/ als zum Exempel: Fig. 78. ſollen die beyden Kugeln Q. und R. zuſammen addiret werden.

Als verfahre mit denen Axibus oder Diametris, wie mit denen Seiten derer beyden vorhergehenden Cuborum Lit. L. und M. ſo wird die Kugel Lit. S. beyden Kugeln (Q. und R. zuſammen) an Jnhalt gleich ſeyn. Oder:

Fig. 79. ſollen die beyde gleichförmige Prismata T. und V. zuſammen addiret werden. Als erwehle hierzu entweder die gleich proportionirte Seiten a b und c d. Oder die a e und c f. und verfahre wie vorhergedacht/ ſo wird das Prisma W. welches denen zweyen T. und V. gleichförmig gemacht worden/ auch beyden an Jnhalt zuſammen gleich ſeyn.

Die IX. Fürgabe/ Fig. 80.

Einen kleinen Cubum A. von einen gröſſern B. zu ſubtrahiren oder abzuziehen.

MAn ſuche nach einer Seiten des Cubi B. und dann einer Seiten des Cubi A. die vierte ſtete gleich verhaltende Linie/ kömt die Länge i h. als dann zwiſchen der Seite g h. und den Reſt g i. 2. mitlere gleichverhaltende geſucht/ davon die erſte m n. die Seite des Cubi C. giebt/ ſo der begehrte Reſt iſt.

Beweiß.

Dis wird gleichfals durch die 33. Propoſit. des 11. und 21. Propoſit. des 8. Buchs Euclidis bewieſen.

Anhang.

Und auf ſolche Art können alle gleichförmige Cörper von einander ſubtrahiret werden/ (wie bey vorhergehender addition das übrige angemercket worden.)

Die X. Fürgabe/ Fig. 81.

Einen Cubum zu multipliciren/ oder etliche mal gröſſer zu machen.

DJs iſt die Deliſche Auffgab/ waren Herr Scartens Worte: Als Griechenland einsmahls mit Peſt oder Krieg hart betränget geweſen und die Delier den Abgott Apollinem zu Delphis um Rath gefraget/ wie doch den Unheil abzuhelffen/ worauff ſie zur Antwort erhalten/ ihme ſeinen Altar [welcher Cubiſch oder in Würffels geſtalt geweſen] noch einmahl ſo groß zu bauen. Solches nun zu bewerckſtelligen mag des Platons Schülern/ als welche es auf ſein zureden auflöſen ſolten/ dazumahl nicht wenige Mühe gemachet haben/ ehe ſie zum Schluß kommen/ und hetten vielleicht eines Euclideiſch oder Archimediſchen Kopffs wohl darbey nöthig gehabt. Jtzo brauchen wir dergleichen Mühe nicht antwortete Herr Geon: Und koñet dieſe Fürgabe in keine ſo groſſe Conſideration, wie wohl deren Nutz bey vielerhand ſehr zuträglich. Denn es iſt eigentlich die Linea Stereometrica auf n Proportional-Circkel/ durch welcher Hülffe die Cubiſchen Viſier-Stäbe/ auff Getränckе/ Metalle/ Getreyde/ ꝛc. bereitet werden. Damit wir aber nicht gar von unſerer Fürgabe abkommen/ ſey vorgeſtelt der Cubus Lit. D. dieſen nun noch einmahl ſo groß zumachen.

So mache deſſen Seite noch einmahl ſo lang bis c. und ſuche zwiſchen a b. und a c. zwey mitlere gleichverhaltende/ davon die erſte d e. eine Seite des begehrten Cubi E. giebt/ welcher an cubiſchen Jnhalt noch einmahl ſo groß als der Cubus D. iſt. Wolte man aber den Cubum D. 3. mal ſo groß machen/ ſo würde auch a b. 3. mal ſo lang gemachet/ und zwiſchen

a b. und gemelder 3. mal langen Linie 2. mitlere gleichverhaltende gesuchet/ davon die erste f g. eine Seit des Cubi F. giebt/ welcher 3. mal so groß als der Cubus D. und so fort.

Der Beweiß.

Geschiehet durch die 21. Proposit. des 8. Buchs Euclidis. Dergleicher ist auch in der 1. Proposit. des 2. Buchs Archimedis, de Sphæra & Cylindro zufinden.

Anhang.

Und auf solche Art können alle re- und irregulirte Cörper/ gleichförmig vergrössert oder multipliciret werden.

Die XI. Fürgabe/ Fig. 82.

Einen Cubum noch um ein begehrt Theil grösser zumachen.

HJer nahm Herr Geon den Cubum Lit. G. für sich/ solchen nun den dritten Theil grösser zumachen; Als theile eine Seite des Cubi i h. in drey gleiche Theil/ deren eins ist i l. Ferner zwischen h i. und h l. zwey mitlere gleichverhaltende gesucht/ so wird die erste davon m n. eine Seite des begehrten Cubi H. seyn/ welcher um den dritten Theil grösser als der Cubus G. ist.

Der Beweiß.

Ist die 21. Proposit. des 8. Buchs/ und 33. Proposit. des 11. Buchs Euclidis.

Anhang/ Fig. 83.

Und auf diese Weise können alle Cörper um ein begehrt Theil gleichförmig vermehret werden/ als zum Exempel: Man wolte die Kugel Fig. 83 (deren Diameter o p.) um den vierten Theil grösser machen. So theile o p. in 4. gleiche Theil/ deren eins ist p q. und suche zwischen o p. und o q. zwey mitlere gleichverhaltende/ davon ist o r. als die erste der Diameter einer Kugel/ welche den vierten Theil grösser als die erste Kugel seyn wird.

Die XII. Fürgabe/ Fig. 84.

Einen Cubum in etliche andere gleich-grosse Cubos zutheilen oder dividiren.

HJer soll der Cubus I. in 3. andere gleich grosse Cubos getheilet werden. So theile eine Seite desselben in 3. gleiche Theil/ deren eins ist s x. so dann suche zwischen s t. und s x. zwey mitlere gleichverhaltende/ davon die erste u w. eine Seite des Cubi L. giebt/ welcher nur den dritten Theil so groß/ als der Cubus I.

Beweiß.

Ist gleichfals die 21. Proposit. des 8. und 33. Proposit. des 11. Buchs Euclidis.

Fig. 85.

Nunmehro/ sagte Herr Geon kommen wir an die Ausrechnung der Cörper/ so fast das fürnehmste Stück der Stereometriæ, und dahero sonderlich wohl zu betrachten/ denn hierdurch wird eines ieden Cörpers Inhalt/ oder das Vermögen seiner Grösse/ Raum und Schwere bekand/ ohne welche gnugsame Erkäntniß bey der Visier-Kunst wenig fruchtbarlichs auszurichten. Es bestehet aber diese Ausrechnung in Erforschung desjenigen/ nehmlich: mit wie viel kleinen Cubis oder Würffeln ein ieder Cörper kan ausgefüllet werden. Zum Exempel Fig. 85. ist ein Parallelepipedum 6. Zoll lang 3. Zoll breit und 4. Zoll hoch. Werden also die Grundfläche a b c d. auszufüllen 6. mal 3. nehmlich 18. Cubic-Zoll erfodert. (ein dergleichen Cubic-Zoll ist bey f. zusehen.) Das Parallelepipedum nun vollends gantz auszufüllen/ müssen noch 3. mal 18. und also in allen 4. mal 18 Cubic-Zoll über einander gesetzt werden/ dis thut 72. cubische Zoll vor dem Cörperlichen

chen Inhalt dieses Cörpers / wie die Figur alles klärlich zeiget. Und diß ist das gantze fundament, worauff aller Cörper sie mögen re- oder irregular seyn / ihr cubischer Inhalt gegründet. Sey demnach

Die XIII. Fürgabe / Fig. 86.

Zugespitzter Cörper cubischen Inhalt auszurechnen.

Dieser sind zweyerley / als: Erstlich der Pyramis. Lit. M. dessen Grundfläche ein 4 Eck 10 Zoll lang 6 Zoll breit / beydes in einander multiplicirt / giebt 60 qvadrirte Zoll vor dem Inhalt der Grundfläche / dis ferner mit den dritten Theil der Höhe h i. 8 Zoll multiplicirt / bringt 480 cubische Zoll / vor den begehrten Inhalt der Pyramidis.

Zum andern ist der Conus Lit. N. dessen Grundfläche im Diametro d. e 14 Zoll / thut der qvadrirte Inhalt solcher Grundfläche (laut der 19 Fürgabe pag. 21 ausgerechnet) 154 qvadrirte Zoll / dis mit den dritten Theil der Höhe f g. 8 Zoll multipliciret / giebt 1232 cubische Zoll / vor dem begehrten Inhalt des Coni N.

Beweiß

Das erste ist durch die 7. Prop. und das andere durch die 10 Prop, des 12. Buchs Euclidis bewiesen.

Die XIV. Fürgabe / Fig. 87.

Cörperlicher Figuren / so gleich aus einer Dicke / ihren cubischen Inhalt auszurechnen.

Dieser sind dreyerley Gattung / als:

Erstlich das Prisma Lit. O. dessen Grundfläche ein Triangel von 3 bekannten Seiten / 10 / 8 und 6 Zoll / die Höhe aber 30 Zoll. So rechne erstlich der Grundfläche qvadrirten Inhalt / thut 24 Zoll / dis mit der gantzen Höhe 30 Zoll multiplicirt / bringt 720 cubische Zoll / vor dem begehrten Inhalt des gantzen Prismatis Lit. O.

Zum andern ist der Cylinder P. daran die Grundfläche im Diametro 12 Zoll / thut der qvadrirte Inhalt (laut fol. 21 berechnet) $113\frac{1}{7}$ qvadrirte Zoll dis mit der Höhe 28 Zoll multiplicirt / giebt 3168 cubische Zoll / vor dem begehrten Inhalt.

Drittens das Parallelepipedum Lit. Q. dessen Grundfläche alhier ein Parallelogram 20 Zoll lang und 12 Zoll breit / beydes in einander multipliciret giebt 240 Zoll qvadrirten Inhalt der Grundfläche / dis mit der Höhe 10 Zoll multiplicirt / thut 2400 cubische Zoll vor dem begehrten Inhalt.

Beweiß

Waß das Parallelepipedum anbetrifft / ist allbereit vorhergemeldet und bewiesen worden / mit denen andern beyden Cörpern hat es gleiche Beschaffenheit / daß also kein besonderer Beweiß von nöthen / und gar leicht durch die 10 Prop. des 12. Buchs Euclidis kan verstanden werden.

Die XV. Fürgabe Fig. 88. und 89.

Abgekürtzter Cörper cubischen Inhalt auszurechnen.

Dieser sind zweyerley Gattung / als:

Erstlich der abgekürtzte Pyramis Lit. R. daran die untere- oder Grundfläche ein Parallelogram 9 Zoll lang 6 Zoll breit / die obere Fläche 3 Zoll lang 2 Zoll breit / die Höhe e f aber 18 Zoll. Die Ausrechnung geschiehet also: ergäntze solche Pyramis, und suche die restirende Höhe folgender Gestalt. Subtrahire die obere Länge 6 Zoll von der untern Länge 9 Zoll / restirt 3 Zoll. Nun sage.

wie 6 Zoll gegen die Höhe 18 Zoll also die differenz 3 Zoll/gegen die restirende Höhe komt 9 Zoll vor f g.

Alsdann rechne der gantzen Pyramidis a g b cubischen Inhalt (laut letzterer 13 Fürgabe) komt 486. cubische Zoll. ingleichen auch des Rests c g d. Inhalt/ komt 18 cubische Zoll/ dis von vorhergehenden subtrahirt/ bringt vor dem begehrten Inhalt der abgekürtzten Pyramidis R 468 cubische Zoll.

Beweiß

Die Ergäntzung ist bewiesen/ durch die 4 Prop. des 6. und das übrige durch die 7. Prop. des 12 Buchs Euclidis.

Diese Ausrechnung ist gar commod sagte Herr Scart: es will sich aber nicht allemal practiciren lassen/ denn alß ich vor einiger Zeit eine solche abgekürtzte steinerne Pyramidem oder Obeliscum auffrichten/ und vorhero/ um dessen Schwere zu finden/ den cubischen Inhalt ausrechnete/ wolte mir itzt erzehlte Manier gar nicht angehen/ weil die Ober-und untere Fläche zwar auch 4 eckicht/ aber von gantz wiederwärtiger proportion waren.

Bey so gestalten Sachen antwortete Herr Geon: muß man folgender maassen verfahren. noch fig. 88. Lit. R.

Rechne beyder Flächen qvadrirten Inhalt komt 54 Zoll u. 6 Zoll/ beydes mit einander multiplicirt giebt 324 Zoll/ hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt/ giebt 18 Zoll darzu die Summa beyder Flächen 54. und 6 Zoll addirt/ thut 78 Zoll/ dis mit dem dritten Theil der Höhe 6 Zoll multiplicirt/ bringt 468 cubische Zoll/ vor dem begehrten Inhalt gleichwie vorhero.

Herr Scart protestirte nochmals darwieder/ daß solches bey ungleich proportionirten Flächen gantz nicht angienge/ und dieses zu beweisen/ auch wie man dergleichen Obeliscum ausrechnen müste/ wolte er bis auf andere Zeit verspahren/ weil dergleichen Cörper eigentlich keine abgekürtzte Pyramis könte genennet werden/ Herr Geon solte indessen sich nichts irren lassen und diese Fürgabe vollends zu Ende bringen/ wurde also fig. 89.

Zum andern/ der abgekürtzte Conus Lit. S. vorgestellt/ unten im Diametro l m 14 oben aber n o $3\frac{1}{2}$ Zoll breit/ die Höhe h i 21 Zoll. Die Ausrechnung geschiehet also: Ergäntze den abgekürtzten Conum, und suche die restirende Höhe/ nemlich: subtrahire die obere Breite von der untern/ restirt $10\frac{1}{2}$ Zoll nun sage wie sich die differenz $10\frac{1}{2}$ Zoll zu des abgekürtzten Kegels Höhe h i 21 Zoll verhält/ also verhält sich auch die obere Breite $3\frac{1}{2}$ Zoll zu der restirenden Höhe. diesen nach komt vor i k 7 Zoll.

Nun rechne des gantzen Coni l k m cubischen Inhalt aus (laut letzterer 13 Fürgabe) komt $1437\frac{1}{3}$ cubische Zoll/ ingleichen auch des Rests n k o. komt $22\frac{1}{24}$ cubische Zoll/ dis von vorhergehenden subtrahirt/ restirt $1414\frac{7}{8}$ cubische Zoll vor den begehrten Inhalt dieses abgekürtzten Kegels.

Beweiß

Die Ergäntzung ist bewiesen durch die 4. Prop. des 6. das übrige aber durch die 10 Prop. des 12 Buchs Euclidis.

Es kan auch die Ausrechnung folgender Gestalt verrichtet werden.

Rechne den qvadrirten Inhalt beyder Flächen/ komt 154 und $9\frac{5}{9}$ Zoll/ dis beydes addirt/ thut $163\frac{5}{9}$ Zoll solches halbiret/ giebt $81\frac{13}{18}$ Zoll vor die æqvirten Flächen.

Ferner auch die Diametros beyder Flächen æqvirt/ also: beyde 14 und $3\frac{1}{2}$ Zoll addirt giebt $17\frac{1}{2}$ Zoll/ dis halbirt/ bringt $8\frac{3}{4}$ Zoll/ vor den æqvirten Diameter, essen qvadrirten Inhalt gesucht/ komt 60 $\frac{5}{32}$ Zoll. Dis von vorhergehenden In-

halt

halt der æqvirten Flächen 81 $\frac{13}{16}$ Zoll subtrahiret, restirt 21 $\frac{21}{32}$ Zoll/ dessen dritten Theil 7 $\frac{7}{32}$ Zoll zu den Inhalt des æqvirten Diametri 60 $\frac{5}{32}$ Zoll addirt/ thut 67 $\frac{3}{8}$ Zoll solches mit der Höhe h i 21 Zoll multiplicirt bringt 1414 $\frac{7}{21}$ cubische Zoll gleich wie vorhero.

Nun mache mir Herr Scart hier auch einen Einwurff / waren Herr Geons Worte: warumb nicht antwortete Herr Scart / es dürffte zum wenigsten nur ein gedruckter abgekürtzter Conus seyn / da die eine Fläche Circul-rund / die andere aber Oval wäre. Herr Geon sahe sich überwunden / und hätte gerne um dergleichen Ausrechnung gebeten / wenn ihme nicht vielmehr Herr Scart zuvorkommen / und selbst ersuchet / weiter fortzufahren / war also

Die XVI. Fürgabe Fig. 90.

Einer Sphæræ oder Kugel cubischen Inhalt auszurechnen:

Diese sey Lit. T. daran Axis oder der Diameter a b 42 Zoll. Die Ausrechnung geschiehet also:

7 - - - 22 was 42. Zoll

komt 132 Zoll Circumf. dis mit den Diam. 42 Zoll multipl.

giebt 5544 qvadrirte Zoll / vor dem Inhalt der Fläche / um die Kugel um und um / dis ferner mit dem 6ten Theil des Diametri nemlich 7 Zoll multipl.

bringt 38808 cubische Zoll vor den begehrten Inhalt der Kugel.

Beweiß:

Dis hat Archimedes in der 31 und 32 Prop. seines ersten Buchs de Sphæra & Cylindro bewiesen.

Die XVII. Fürgabe Fig. 91.

Eines Kugelstücks cubischen Inhalt auszurechnen.

Dis sey c e d f. daran die Breite c d. 24 Zoll/ und die Höhe e f. 9 Zoll. Als suche den gantzen Diametrum des ergäntzten Kugel-Stücks (laut der 35 Prop. des dritten Buchs Euclidis) also: f d qvadrirt giebt 144 Zoll / dis durch e f 9 Zoll dividirt / komt 16 Zoll vor f h. dahero e h 25. und also f g. 3 $\frac{1}{2}$ Zoll. Suche ferner e d. (nach der 47. Prop. des 1 Buchs) komt 15 Zoll / dis doppelt giebt 30 Zoll / vor den Diameter eines Circuls / dessen qvadrirter Inhalt thut 707 $\frac{1}{7}$ Zoll vor die äusere Fläche des Kugel-Stücks c e d f. dis mit dem dritten Theil e g nemlich 4 $\frac{1}{6}$ Zoll multiplicirt / thut 2946 $\frac{1}{7}$ cubische Zoll / vor dem Inhalt c e d g. Hiervon wird nun wieder abgezogen der Conus c f d g dessen Inhalt (nach vorhergehender 13. Fürgabe ausgerechnet) beträgt 528 cubische Zoll/ dis von vorhergemelten 2946 $\frac{1}{7}$ cubischen Zoll subtrahirt / so restirt vor den begehrten cubischen Inhalt des Kugel-Stücks c e d f. 2418 $\frac{1}{7}$ cubische Zoll.

Es kan auch diese Ausrechnung also geschehen

wie sich h f gegen h f † g h verhält / also verhält sich auch f e gegen f i. das ist:

h f. 16 Zoll giebt - - - h f † g h. 28 $\frac{1}{2}$ Zoll was f e 9 Zoll

komt 16 $\frac{1}{32}$ Zoll vor f i die Höhe eines Coni, dessen basis c d. welcher Conus dem Kugel-Stück auch am Inhalt gleich / rechne dahero (nach vorhergehender 13 Fürgabe) dessen cubischen Inhalt aus / so komt 2418 $\frac{1}{7}$ cubische Zoll gleichwie vorhero

Beweiß

Die erste Procedur hat Archimedes durch die 40 Prop. seines 1 Buchs/ die andere aber durch die 2 Prop. des 2 Buchs de Sphæra & Cylindro bewiesen.

Nun haben wir noch sagte Herr Geon ferner/

Die XVIII. Fürgabe Fig. 92. 93. 94. 95. 96. 97. und 98.

Die 5. Corpora regularia auszurechnen.

Solche beschreibet Euclidis in der 13. 14. 15. 16 und 17 Prop. iedes insonderheit/ in der darauf folgenden 18 Proposition seines 13 Buchs aber alle 5 zugleich.

Ihre Eigenschafften sind kürtzlich zu melden diese: Daß solche Corpora aus gleichen Seiten/ gleichen Flächen/ und aus gleichen cörperlichen Winckeln bestehen.

Wenn auch diese 5 Corpora iedes besonders in eine Kugel eingeschlossen oder beschrieben wird/ so werden alle Ecken des Corporis die Kugel zugleich berühren

Nach gemelter 18 Prop. des 13 Buchs Euclidis sey Fig. 92.

a b. die Ax oder der Diameter einer Kugel/ darinne dergleichen 5 Corpora sollen beschrieben werden. a e b ein halber Circul. a c und b c iedes die Helffte von a b. a d. der dritte Theil von a b. b g. gleich der a b. und perpendicular auf a b. d f und c e perpendicular auf a b. Ferner a f. f b. e b. c g. und h b gezogen/ und a f. (laut der 30 Prop. des 6 Buchs Eucl.) nach der äuserm und mitlern proportion zertheilt in i. So wird seyn

b f. die Seite eines Tetraëdri
b e die Seite eines Octaëdri
a f die Seite eines Cubi oder Hexaëdri
b h die Seite eines Icosaëdri und
a i die Seite eines Dodecaëdri.

Was die Ausrechnung so wohl derer Seiten/ als cubischen Inhalt solcher Cörper betrifft/ kan vornemlich auf zweyerley Arten geschehen/ als: Durch Algebraische oder auch durch gemeine Zahlen. Nun habe ich sagte Herr Geon selbige noch niemahls durch die gemeinen Zahlen ausgerechnet/ solches aber durch Algebraische Zahlen zu verrichten/ wil sich vor Abhandlung der irrational-Zahlen/ auch nicht allerdings hieher schicken/ dahero wolte er diese Rechnung lieber biß dahin verspahren. Das wäre schade/ war ihrer aller Antwort: wenn diese Arbeit ob sie schon ziemlich mühsam solte zurück bleiben/ und bekannte ein ieder/ daß sie albereit diese Ausrechnung in gemeinen Zahlen verrichtet/ darum solte Herr Geon ihnen dergleichen in algebraischen Zahlen auch communiciren.

Herr Geon aber ersuchte vielmehr im gegentheil/ daß weil sich ihre Arten hier besser als die Seinige schickten/ ein ieder möchte so gütig seyn/ und selbige erklären/ er wolte mit den Seinigen gleichfals nicht zurücke bleiben/ sondern zu gelegener Zeit schon nachbringen/ kam also die Reihe erstlich an Herr Archten, dieser blieb bey Fig. 92. und ließ den Diameter a b 1 Zoll gelten/ dahero:

Zum Ersten die Seite des Tetraedri zu finden.

Multiplicire a d $\frac{1}{3}$ Zoll mit b d $\frac{2}{3}$ Zoll/ giebt $\frac{2}{9}$ Zoll/ (nach der 35 Proposit. des 3 Buchs Eucl.) vor das Qvadrat d f. hierzu addire das Qvadrat d b. $\frac{4}{9}$ Zoll/ thut $\frac{2}{9}$ Zoll (das Qvadrat b f.) hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt/ komt $\frac{1414213562}{1732050807}$ Zoll/ vor b f die Seite des Tetraedri.

Des

Des Tetraëdri cubischen Inhalt zu finden Fig. 93.

Das Tetraëdrum stellet eine Pyramidem dar / dessen Grundfläche a b c ein gleichseitiger Triangel / die Höhe aber die perpendicular-Linie d f thut. Subtrahire dahero das Qvadrat a g. $\frac{1}{6}$ Zoll / von Qvadrat a c $\frac{2}{3}$ Zoll / restirt $\frac{1}{2}$ Zoll / hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / komt $\frac{1000000000}{1414213562}$ Zoll vor die perpendicular-Linie c g. dis mit der Helffte a b. multiplicirt / giebt $\frac{1000000000000000}{340410161513760}$ Zoll vor den qvadrirten Inhalt der Grundfläche a b c.

Ferner ist f c $\frac{2}{3}$ von c g (denn e a f ein gleichseitiger Triangel / und dahero e g gleich g f. weiln nun e f gleich f c. so ist g f die Helffte von f c. und dahero g f $\frac{1}{3}$ von c g) qvadrire also f c. $\frac{666666666}{1414213562}$ Zoll / komt $\frac{4}{9}$ Zoll / dis von Qvadrat c d $\frac{1}{3}$ Zoll subtrahirt / restirt $\frac{1}{9}$ Zoll vor das Qvadrat d f. hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / bringt $\frac{1}{3}$ Zoll vor des Tetraëdri Höhe d f, mit dessen dritten Theil nemlich $\frac{2}{9}$ Zoll multiplicire vorhergemeldete Grundfläche $\frac{1000000000000000}{340410161513760}$ Zoll / so komt $\frac{1000000000000000}{155884572681192}$ Zoll vor den begehrten cubischen Inhalt.

Zum andern die Seite des Octaëdri zu finden / Fig. 92.

Das Qvadrat c e. $\frac{1}{4}$ Zoll / zum Qvadrat b c $\frac{1}{4}$ Zoll addirt / giebt $\frac{1}{2}$ Zoll (vor das Qvadrat e b) hieraus die Qvadrat-Wurtzel gezogen / komt $\frac{1000000000}{1414213562}$ Zoll vor b e die Seite des Octaëdri.

Nun auch den cubischen Inhalt zu finden / Fig. 94.

So qvadrire eine Seite des Octaëdri h n $\frac{1000000000}{1414213562}$ Zoll / komt $\frac{1}{2}$ Zoll vor dem qvadrirten Inhalt h i m n. dis mit den dritten Theil o p $\frac{1}{3}$ Zoll. multiplicirt (o p ist gleich a b. in fig. 92) giebt $\frac{1}{6}$ Zoll / vor den begehrten cubischen Inhalt des Octaëdri.

Drittens die Seite des Cubi oder Hexaëdri zu finden / Fig. 92.

addire das Qvadrat a d. $\frac{1}{9}$ Zoll zum Qvadrat d f. $\frac{2}{9}$ Zoll / thut $\frac{1}{3}$ Zoll (das Qvadrat a f) hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / bringt $\frac{1000000000000000}{1732050807568}$ Zoll vor a f. eine Seite des Cubi.

Den Cubischen Inhalt zu finden Fig. 95.

multiplicire g h eine Seite des Cubi $\frac{1000000000000000}{1732050807568}$ Zoll cubicè, so komt $\frac{1000000000000000}{5196152422706}$ Zoll vor den begehrten cubischen Inhalt.

Zum vierdten die Seite des Icosaëdri zu finden / Fig. 92.

Das Qvadrat b c $\frac{1}{4}$ Zoll zum Qvadrat b g 1 Zoll addirt / thut 1. $\frac{1}{4}$ Zoll (das Qvadrat c g) hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt komt 1. $\frac{118033988}{1000000000}$ Zoll vor c g. Wie nun dis c g. gegen g b 1 Zoll. also ist c h $\frac{1}{2}$ Zoll gegen h l. komt vor h l. $\frac{447213595}{1000000000}$ Zoll. Ferner wie b g 1 Zoll gegen c b $\frac{1}{2}$ Zoll. also ist h l

gegen c l. komt vor c l $\frac{2236067976}{10000000000}$ Zoll/ dis von b c abgezogen/ reſtirt vor b l. $\frac{2763932024}{10000000000}$ Zoll.

Qvadrire nun h l komt $\frac{1}{5}$ Zoll/ ingleichen b l komt $\frac{763932024}{10000000000}$ Zoll/ beydes addirt/ und aus der Summa die Qvadrat-Wurtzel extrahirt/ giebt $\frac{525731112}{1000000000}$ Zoll/ vor b h die Seite eines Icoſaëdri.

Den cubiſchen Inhalt zu finden/ fig. 96.

Das Icoſaëdrum hält in ſich 20 gleichförmige Pyramides. q v r t y w. deren Grundfläche q r t und die Höhe w y iſt. Dahero weil (laut der 19 Prop. des 6 Buchs Eucl.) alle gleichförmige Figuren doppelte (das iſt qvadrirte) Verhältnis gegen einander haben/ als ſuche des Triangels q r t qvadrirten Inhalt durch Hülffe des Triangels a b c fig. 93. alſo: Wie dort das Qvadrat a c $\frac{2}{3}$ Zoll gegen den Inhalt $\frac{1000000000000}{346410161513 76}$ Zoll/ alſo iſt das Qvadrat q t $\frac{2763932024}{10000000000}$ Zoll/ (nemlich der Seite des Icoſaëdri) gegen den Inhalt des Triangels q r t, komt $\frac{1381966012}{1154700538 4}$ Zoll vor den qvadrirten Inhalt des Triangels q r t, dieſes mit 20 multiplicirt/ thut $\frac{13819660120}{5773502692}$ Zoll vor die äuſere Fläche des Icoſaëdri um und um.

Ferner die Höhe w y zu finden/ ſo formire zu beſſern Behelff den gleichſeitigen Triangel f h n. daran ſey geſetzt iede Seite f h. 1 Zoll. Subtrahire alſo das Qvadrat h p $\frac{1}{4}$ Zoll von Qvadrat f h. 1 Zoll/ aus m Reſt $\frac{3}{4}$ Zoll extrahire die Qvadrat-Wurtzel/ komt $\frac{866025403784 4}{1000000000000}$ Zoll vor die perpendicular-Linie f p. deſſen $\frac{2}{3}$ thut $\frac{577350269189 6}{1000000000000}$ Zoll vor f o (weil o h m ein gleichſeitiger Triangel und alſo o p gleich p n. (laut der 10 Prop. des 1 Buchs Eucl.) Nun die halbe perpendicular-Linie f p mit h n. 1 Zoll multiplicirt/ giebt $\frac{433012701892 2}{1000000000000}$ Zoll vor den Inhalt des Triangels f h n. Alsdann ſage/ wie f h. 1 Zoll gegen f o. $\frac{577350269189 6}{1000000000000}$ Zoll/ alſo verhält ſich q t $\frac{525731112}{1000000000}$ Zoll gegen y t. Dieſen nach komt vor y t. $\frac{303530999034}{1000000000000}$ Zoll/ dis qvadrirt und was komt von Qvadrat t w $\frac{1}{5}$ Zoll ſubtrahirt/ reſtirt $\frac{157868932625421891}{1000000000000000000}$ Zoll/ hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt/ bringt $\frac{397327236198}{1000000000000}$ Zoll vor die Höhe y w. deſſen dritten Theil $\frac{132442412066}{1000000000000}$ Zoll mit vorhergemelter äuſern Fläche $\frac{13819660120}{5773502692}$ Zoll multiplicirt/ ſo komt $\frac{183030912 0}{5773502692}$ Zoll vor des Icoſaëdri cubiſchen Inhalt

Fünfftens die Seite des Dodecaedri zu finden Fig. 92.

So thut das Qvadrat a f (laut vorhergehend) $\frac{1}{5}$ Zoll. Nun (nach) der 11 Prop. des 2 Buchs Eucl.) a f halbirt/ und qvadrirt/ komt $\frac{1}{12}$ Zoll/ dis zu a f addirt giebt $\frac{5}{12}$ Zoll/ daraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt/ komt $\frac{645497224368}{1000000000000}$ Zoll/ hiervon die Helffte a f. $\frac{500000000000}{1732050807568}$ Zoll ſubtrahirt/ reſtirt $\frac{356822089774}{1000000000000}$ Zoll vor ai die Seite eines Dodecaëdri.

auch

auch den cubiſchen Inhalt auszurechnen. Fig. 97. und 98.

Das Dodecaëdrum enthält in ſich 12 gleichförmige Pyramides, deren Grundfläche p r ſ n m. ein regular 5 Eck / die Höhe aber die perpendicular h i thut. Formire dahero zu beſſern Behelff (nach der 10 Prop. des 4. Buchs Eucl.) die Fig. 98. und laſſe a b 1 Zoll gelten / ſo wird b d $\frac{6180339875}{10000000000}$ Zoll halten (nemlich a b. ingleichen auch halb a b qvadrirt / thut 1 Zoll und $\frac{1}{4}$ Zoll / beydes addirt giebt 1 $\frac{1}{4}$ Zoll / hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / und von der Wurtzel $\frac{1}{2}$ Zoll ſubtrahirt) Ferner b f qvadrirt (iſt die Helffte b d) thut $\frac{954915025807960 36}{10000000000000000}$ Zoll / dis von Qvadrat a b. ſubtrahirt / und aus den Reſt die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / ſo komt $\frac{951056516417 0}{1000000000000}$ Zoll vor a f. Wie nun a f gegen a b / alſo iſt a b gegen a e (nach der 4 Prop. des 6 Buchs Eucl.) komt vor a e 1. $\frac{5146222401 02}{1000000000000}$ Zoll. Deſſen Helffte von a f abgezogen / reſtirt $\frac{425325409412}{1000000000000}$ Zoll vor die perpendicular-Linie g f. Ferner ſage / wie a b 1 Zoll gegen g f $\frac{425325404412 9}{1000000000000}$ Zoll / alſo iſt a f. (in Fig. 92) $\frac{1000000000000}{1732050807568}$ gegen o i (in Fig. 97) komt $\frac{425325404413}{1732050807568}$ Zoll vor die perpendicular-Linie o i, dis mit der halben Seite des Dodecaedri p r. $\frac{178411044887}{1000000000000}$ Zoll multiplicirt / giebt $\frac{75882749818 4}{1732050807568 0}$ Zoll vor den Inhalt p r i, dis 5mal bringt vor den Inhalt der Fläche p r ſ n m $\frac{17941274909 2}{1732050807568}$ Zoll / ſolches mit 12 multiplicirt / thut $\frac{45529649891 04}{1732050807568}$ Zoll vor die äuſere Fläche um das Dodecaëdrum um und um.

Nun auch die Höhe h i alſo geſucht / wie b d. (Fig. 98.) $\frac{618033988}{1000000000}$ Zoll gegen a g $\frac{525731112 00 51}{1000000000000000}$ Zoll / alſo iſt eine Seite des Dodecaedri p r (Fig. 97) $\frac{356822089774}{1000000000000}$ Zoll gegen n i, komt demnach vor n i $\frac{303530999}{1000000000}$ Zoll / dis qvadrirt / und ſolch Qvadrat n i von Qvadrat h n. $\frac{1}{4}$ Zoll ſubtrahirt / aus n Reſt die Qvadrat-Wurtzel extrahirt, ſo koms $\frac{397327236 2}{1000000000}$ Zoll vor die Höhe h i, dis mit $\frac{1}{3}$ der vorhergemelten äuſern Fläche $\frac{151765499636 8}{1732050807568}$ Zoll multiplicirt / giebt vor den cubiſchen Inhalt des Dodecaedri $\frac{60300566521 2}{1732050807568}$ Zoll.

Anhang

Daß alſo: wenn dieſe 5 Corpora in eine Kugel beſchrieben (deren Diameter 2 Zoll thut) ſo iſt

	Die Seite		Der cubiſche Inhalt aber	
Des Tetraedri	$\frac{1414213562}{1732050807}$	Zoll.	$\frac{1000000000000}{1558845726811 92}$	Zoll.
Des Octaedri	$\frac{1000000000}{1414213562}$	Zoll.	$\frac{1}{6}$	Zoll.
Des Cubi.	$\frac{1000000000000}{1732050807 56}$	Zoll.	$\frac{1000000000000}{5196152422706}$	Zoll.
Des Icoſaedri	$\frac{525731112}{1000000000}$	Zoll.	$\frac{1830309120}{577350269^2}$	Zoll.
Des Dodecaedri	$\frac{356822089774}{1000000000000}$	Zoll.	$\frac{60300566521 2}{1732050807568}$	Zoll.

Hiermit beſchloß Herr Archt ſeine Ausrechnung / und wolte numehro Herr Scarten ſeine Art auch mit anhören / dieſer fing an: ich wolte mich einsmals eines Täffleins darzu bedienen / welches Herr Metius in Frießland ſoll verfertiget haben / befande aber ſolches ſehr unrichtig / welches ich zwar denen Druck-Fehlern zurechnete / wurde alſo begierig dieſen Irthum zu corrigiren / und calculirte folgender Geſtalt. Durch

Die XIX. Fürgabe /

Fig. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107.

Die 5 Corpora regularia auf eine andere Art auszurechnen.

Zum Erſten das Tetraedrum Fig. 99. daran iede Seite e c. 1000 Zoll.

Hier thut des gleichſeittigen Triangels e d c ſeine perpendicular-Linie b c 866 $\frac{02540378}{100000000}$ Zoll (nemlich das Qvadrat e b. von Qvadrat e c ſubtrahirt / und ausn Reſt die Qvadrat-Wurtzel extrahirt) dis nun mit halb e d, 500 Zoll multiplicirt / giebt 433012. $\frac{70189}{100000}$ Zoll vor den qvadrirten Inhalt der Grundfläche e d c. Ferner weil hier f c $\frac{2}{3}$ von b c (wie bey Fig. 93. angemercket) ſo thut f c 577. $\frac{3502692}{10000000}$ Zoll / dis qvadrirt / giebt 333333$\frac{1}{3}$ Zoll / ſolches von Qvadrat a c 1000000 Zoll ſubtrahirt / und aus den Reſt die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / bringt 816. $\frac{4965809}{10000000}$ Zoll / vor a f die Höhe des Tetraedri, deſſen dritten Theil mit vorhergemelten Inhalt der Grundfläche multiplicirt / komt vor den begehrten cubiſchen Inhalt des Tetraedri 11785130. $\frac{19115}{100000}$ Zoll.

Zum andern das Octaedrum Fig. 100. iede Seite c d auch 1000 Zoll.

Dis zertheilt ſich in 2 gleichförmige Pyramides, an deren ieden der baſis a b c d qvadrirter Inhalt 1000000 Zoll. Ferner hält die halbe Diagonal-Linie g b. des Qvadrats a b c d) 707. $\frac{106781}{1000000}$ Zoll / dis qvadrirt / thut 500000 Zoll / ſolches von Qvadrat e b. 1000000 Zoll ſubtrahirt / und aus den Reſt die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / ſo komt vor die Höhe e g. 707. $\frac{106781}{1000000}$ Zoll / deſſen dritten Theil mit den qvadrirten Inhalt a b c d multiplicirt / giebt 235702260 $\frac{2}{3}$ Zoll / dis doppelt macht 471404520 $\frac{2}{3}$ cubiſche Zoll / vor des Octaedri begehrten Inhalt.

Drittens den Cubum Fig. 101. daran iede Seite g h auch 1000 Zoll.

Hier multiplicire eine Seite 1000 Zoll cubicè, ſo komt 1000000000 Zoll zum begehrten cubiſchen Inhalt.

Zum Vierten das Icoſaedrum Fig. 102. iede Seite a e hält 1000 Zoll.

Vorhero iſt zu wiſſen / daß wenn dis Corpus auf eine Ecke oder Spitze geſtellt wird / ſo bekomt es oben eine Pyramidem, daran baſis ein regular 5 Eck a b c d e iede Seite 1000 Zoll thut / auch alle 5 Seiten die von dieſen Ecken a b c d e in der Spitze e zuſammen lauffen / hält gleichfals iede 1000 Zoll. Weil nun nothwendig alle 5 Ecken ſamt der Spitze e die Kugel berühren müſſen / (darein das

das Icosaëdrum beschrieben würde) so folgt / daß auch der Circul-Bogen h e d f ein Theil der gantzen Kugel sey / und giebt der Diameter d h Chordam und die Höhe e f Sagittam eines Circul- oder Kugelstücks zu der gantzen Kugel. Wenn nun d h und e f bekand / so ist (nach der 35 Prop. des 3 Buchs Eucl.) der Diameter der gantzen Kugel leicht zu finden also: wie Fig. 98. b d. $\frac{6180339888}{1000000000}$ Zoll gegen den Diam. a e 1. $\frac{5146224010 2}{1000000000000}$ Zoll / also verhält sich Fig. 102. eine Seite a e 1000 Zoll gegen den Diametrum d h. komt also 1701. $\frac{301617}{1000000}$ Zoll vor d h. dessen Helffte d f qvadrirt / thut 723606. $\frac{798}{1000}$ Zoll / dis von Qvadrat d e subtrahirt / und aus den Rest 276393. $\frac{202}{1000}$ Zoll die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / bringt 525. $\frac{731112}{1000000}$ Zoll vor die Höhe e f.

Dahero das Qvadrat d f durch die Höhe e f gedividirt / giebt 1376. $\frac{381921}{1000000}$ Zoll vor f i. hierzu addire e f. so komt der Diameter e i der gantzen Kugel 1902. $\frac{113033}{1000000}$ Zoll.

Diesemnach bekomt das Icosaëdrum ausm Centro g. 20 gleichförmige Pyramides, daran ieder zur Grundfläche Fig. 103. den Triangul t u w. und von denen 3 Ecken biß zur Spitze x 3 gleiche Seiten / iede die Helffte des Diametri e i. hat. Dahero y w qvadrirt / komt (laut Fig. 99) 333333 $\frac{1}{3}$ Zoll. ingleichen auch qvadrire die Helffte des Diametri e i so hier x w. thut 904508. $\frac{497577}{1000000}$ Zoll / jenes von diesen abgezogen / restirt 571175. $\frac{164244}{1000000}$ Zoll / hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt giebt 755. $\frac{7613143}{10000000}$ Zoll vor die Höhe y x. dessen $\frac{1}{3}$ nemlich 251. $\frac{9204381}{10000000}$ Zoll / mit der Grundfläche qvadrirten Inhalt so (laut Fig. 99) 433012. $\frac{70189}{100000}$ Zoll multiplicirt / komt 109084749. $\frac{563}{1000}$ Zoll / vor den Inhalt ieder Pyramidis, dis 20mal genommen / bringt 2181694991. $\frac{26}{100}$ Zoll vor des Icosaëdri begehrten cubischen Inhalt.

Fünfftens das Dodecaedrum. Fig. 104. auch iede Seite 1000. Zoll.

Erstlich ist zu wissen / daß wenn dis Corpus gleich dem vorigen auf eine Ecke oder Spitze gestellet wird / so bekomt es oben eine Pyramidem l m n p, deren basis l m n. ein gleichseitiger Triangel / iede Seite die Diagonal-Linie (eines des Dodecaëdri regularen 5 Ecks) thut / ingleichen hält iede Seite / so von denen 3 Ecken l m n. oben in der Spitze p. zusammen lauffen 1000 Zoll. Dahero giebt der Diameter f m Chordam und die Höhe o p Sagittam eines Circuls- oder Kugelstücks der gantzen Kugel darinnen das Dodecaëdrum eingeschrieben wird.

rechne also ferner / wie Fig. 98. eine Seite des 5 Ecks b d. $\frac{61803398875}{10000000000}$ Zoll gegen a b 1 Zoll / also verhält sich Fig. 104. eine Seite n p. 1000 Zoll gegen n m. komt also vor n m. 1618. $\frac{03398875}{10000000}$ Zoll. Ferner wie Fig. 96. f h 1 Zoll gegen f o $\frac{5773502691896}{10000000000000}$ Zoll / also verhält sich Fig. 104. n m. 1618. $\frac{03398875}{10000000}$ Zoll gegen o m, komt vor o m. 934. $\frac{17235896}{10000000}$ Zoll / dis o m qvadrirt thut 872677. $\frac{99624489}{10000000}$ Zoll / solches von Qvadrat p m. 1000000 Zoll subtrahirt / und aus den Rest die Qvadrat-

drat-Wurtzel extrahirt / bringt 356. $\frac{8220897}{100000000}$ Zoll vor die Höhe o p. mit dieser o p dividire das Qvadrat o m. komt 2445. $\frac{6949871}{10000000}$ Zoll / vor o r. hierzu o p. addirt giebt 2802. $\frac{5170768}{10000000}$ Zoll vor den gantzen Diametrum p r.

Weiter bekomt das Dodecaedrum aus n Centro q. 12 gleichförmige Pyramides, deren ieder zur Grundfläche ein regular 5 Eck iede Seite von 1000 Zoll / die Seiten aber so von denen 5 Ecken in Spitz oder Centro q zusammen lauffen / iede der halbe Diameter q r thut.

Qvadrire dahero q r. komt 1963525. $\frac{4914}{10000}$ Zoll / hiervon das Qvadrat des halben Diametri eines Circuls des regularen 5 Ecks 723606. $\frac{798}{1000}$ Zoll (dis ist bey vorhergehender Fig. 102. das Qvadrat d f.) subtrahiret / und aus den Rest die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / so komt vor die Höhe einer solchen Pyramidis 1113. $\frac{5163642}{10000000}$ Zoll.

Alßdann des regularen 5 Ecks / dessen iede Seite 1000 Zoll / seinen Inhalt gesucht / nemlich: das Qvadrat der halben Seite 250000 Zoll von Qvadrat des halben Diametri 723606. $\frac{798}{1000}$ Zoll subtrahirt / und aus den Rest die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / giebt 688. $\frac{1909604}{1000000}$ Zoll vor die perpendicular-Linie (eines Triangels welcher aus dem Centro des 5 Ecks mit einer Seiten formiret wird) dis mit der halben Seite 500 Zoll multiplicirt / und was komt 5mal genommen / so bringt solches 1720477. $\frac{401}{1000}$ Zoll vor den qvadrirten Inhalt ieder Grundfläche / dis mit 12 multiplicirt / giebt 20645728. $\frac{812}{1000}$ Zoll vor die äusere Fläche um das Dodecaedrum um und um / solches mit dem dritten Theil der Höhe einer Pyramidis 371. $\frac{1721214}{10000000}$ Zoll multipliciret / thut bey nahe 7663118961 Zoll vor des Dodecaëdri begehrten cubischen Inhalt.

Anhang.

Wenn dahero eines ieden Corporis Seite 1000 Zoll thut / so ist der cubische Inhalt
Des Tetraedri 11785113o. $\frac{19315}{100000}$ Zoll
Des Octaedri 471404520 $\frac{2}{3}$ Zoll
Des Cubi oder Hexaedri 1000000000 Zoll
Des Icosaedri 2181694991 $\frac{26}{100}$ Zoll
Des Dodecaedri 7663118961 Zoll.
extrahiret man nun aus ieden Inhalt besonders die cubische Wurtzel / so folget / daß wenn

die Seite				so ist die Seite
Des Tetraedri	1000 Zoll	- - -	eines Cubi	490. $\frac{2804}{10000}$ Zoll
Des Octaedri	1000 Zoll	- - -	eines Cubi	778. $\frac{2717}{10000}$ Zoll
Des Cubi	1000 Zoll	- - -	eines Cubi	1000. Zoll
Des Icosaedri	1000 Zoll	- - -	eines Cubi	1296. $\frac{9742}{10000}$ Zoll
Des Dodecaedri	1000 Zoll	- -	eines Cubi	1971 $\frac{523}{1000}$ Zoll.

Und

Und aus diesen Fundament sagte Herr Scart ferner / habe ich mir das Täfflein Fig. 105. verfertiget / oder vielmehr corrigiret. Es ist aber solch Täfflein also zu verstehen. Die erste Columma oder Reihe weiset / daß wenn die Seite eines Tetraedri 1000 Zoll sey / so halten die Seiten derer andern regularen Cörper welche dem Tetraedro an Inhalt gleich seyn / nemlich: die Seite des Octaedri 360 Zoll oder noch näher 359. $\frac{960}{1000}$ Zoll / des Cubi 490 Zoll / des Icosaedri 578 Zoll / und des Dodecaedri 249 Zoll. Und also auch in der andern Reihe / daß wenn die Seite des Octaedri 1000 Zoll / so ist die Seite des Tetraedri 1587 Zoll / des Cubi 778 Zoll / des Icosaedri 600 Zoll und des Dodecaedri 395 Zoll.

Was die übrige Ausrechnung dieses Täffleins betrifft / ist solches also geschehen

460 $\frac{280}{1000}$ Zoll Tetr. giebt 778 $\frac{272}{1000}$ Zoll Octaedri was 1000 Zoll Tetr.

komt 1587 $\frac{401}{1000}$ Zoll Octaedri, dieses wird in die Reihe des Octaedri,, neben die 1000 des Tetraedri geschrieben / und auf solche Arth auch mit andern verfahren.

Uber dis sind noch 2 andere Täfflein Fig. 106 und 107 zu sehen

Das Täfflein Fig. 106. hat diesen Verstand: Wenn in eine Kugel deren Diameter 1000 Zoll hielte / solche 5 regulirte Cörper eingeschrieben würden / so würde eine Seite des Tetraedri 816 Zoll / und des Octaedri 707 Zoll halten ꝛc.

Das Täfflein Fig. 107 ist also zu verstehen: Wenn eines ieden regularen Corporis Seite 1000 Zoll thäte / so hielten die Diametri derer Kugeln / darein solche Corpora beschrieben würden / nemlich: der Diameter der Kugel des Tetraedri 1224 Zoll / des Octaedri 1414 Zoll ꝛc.

Numehro wolte Herr Scart, daß Herr Stan seine Meinung auch eröffnete / dieser hingegen entschuldigte sich / denn solches verhoffentlich nicht nöthig sey / weil beyde Arten allbereit ein Uberfluß wären / und stets einerley zu hören / nur Verdrüßligkeit verursachete. Sie beschlossen aber alle / daß keiner hierbey leer ausgehen solte / dahero wurde Herr Stanen vor seine Entschuldigung zur Straffe aufferleget / daß er vorhergehende beyderley Art Rechnung probiren solte / weil bey so grossen Zahlen leicht ein Error (wie wohl solcher nicht sonderlich seyn würde / denn alles mehrentheils 2mal gerechnet worden /) mit unterlauffen könte. Herr Stan versprach solches bey Gelegenheit zu thun / kam also letzlich die Reihe noch an Herr Novten. Dieser ob er wohl nicht so gar arbeitsam / iedoch damit ihm nicht auch eine Straffe dictiret würde / war hierzu bereit / und vermeinte vielleicht wohl noch eher als sie fertig zu werden / formirte also selbst

Die XX. Fürgabe

Eines Icosaedri, daran iede Seite 50 Zoll / cubischen Inhalt zu finden.

Dieses beantwortete er auch folgender Gestalt: Hier sage aus den Täfflein Fig. 105.

1000 Icosaedr. giebt 1297 Cub. was 50 Zoll Icosaedr.

komt 64 $\frac{17}{20}$ Zoll / dis cubicè multiplicirt / bringt 272728. $\frac{1073}{8000}$ Zoll / vor den begehrten Inhalt. Sie wolten damit nicht zufrieden seyn / denn ihre Meinung wäre / daß solches nach Stereometischer Eigenschafft geschehen

müste. Herr Novt aber respondirte: Ich bohre gerne das Brett wo selbiges am dünsten ist / es möchte nur vergebliche Arbeit seyn / noch ein Täfflein auszurechnen / er hätte sich iederzeit dieser Art bedienet / und danckte ihnen vielmehr / daß sie die Mühe auf sich nehmen / und dergleichen calculiren wollen / er würde gerne in andere Wege dafür obligat seyn / inmittelst aber an statt einiger Willfährigkeit voritzo noch ein paar Fürgaben nach denen übrigen Tabellen auflösen / nemlich:

Die XXI. Fürgabe Fig. 108.

Ein Mechanicus hat eine Kugel / deren Diameter a b 12 Zoll / will daraus ein Dodecaedrum bereiten. Ist die Frage: wie viel iede Seite halten werde.

nach den Täfflein Fig. 106. sage also:

1000 - - - giebt 356 $\frac{822}{1000}$ Dodecaedr. - - was 12 Zoll

komt zum facit 4 $\frac{2818}{10000}$ Zoll vor die Länge ieglicher Seite.

Die XXII Fürgabe Fig. 109.

Wenn die Seite e f eines Tetraedri 15 Zoll thut / was wird der Diameter einer Kugel halten / darinnen solches eingeschlossen wäre.

Nach den Täfflein Fig. 107. sage also:

1000. giebt 1224 $\frac{744}{1000}$ Tetraedr. was 15 Zoll

komt 18 $\frac{371}{1000}$ Zoll vor den begehrten Diam. g h.

Und damit absolvirte Herr Novt seine Ausrechnung. Ob nun wohl hierauf ferner die Viesier-Kunst billich folgen solte / so wurde doch selbige vor dismal ausgesetzet / weiln sie sich bey Ausrechnung der 5 regularen Cörper etwas zu lang auffgehalten / beschlossen demnach künfftig Herr Archten zuzusprechen / und machten dismal der dritten Frage ein

ENDE.

Abge-

Abgeredeter maaßen fanden sich unsere Herren nach und nach zu gewöhnlicher Zeit wieder bey Herr Archten ein/ welcher sie so dann in ein Zimmer führete/ da allerhand mathematische Sachen auffgestellet waren/ in ersten Anblick sahen sie auf einer Tafel beyde Globos, oder die Erd- und Himmels-Kugel stehen. Herr Novt ruckte die Erd-Kugel etwas fort und sprach: Numehro habe ich præstiret was Archimedes sich verobligirt/ nemlich: Die Erd-Kugel aus ihren Centro zu verrücken. Diese Verruckuug oder Bewegung antwortete Herr Archt, kan passiren/ aber die Welt zu bewegen möchte etwas schwerer zugehen. Herr Novt meinte/ es müste angehen/ denn Herr Geon hätte ihm vor einiger Zeit gedacht/ wie man die ohngefehre Schwere des Erdbodens ausrechnen/ auch so dann durch Hülffe mechanischer fundamenten eine Machinam finden könte/ solche Last zu heben. Diß wolte Herr Archt gerne hören/ und die Machina wissen/ womit der Erdboden solte gehoben oder verrücket werden/ denn seines Orts hielte er beydes vor unmöglich/ sie solten nur einen Blick in die Mechanicam thun/ da würde sichs vielleicht anders weisen. Sie resolvirten alle diese Materiam etwas genauer zu untersuchen/ und hielten sämtlich an/ Herr Archt solte ihnen doch erklären

Die vierte Frage

Von der MECHANICA Gerüst- oder Bewegungs-Kunst.

Jeser fieng an: Daß solches eine allgemeine Kunst sey/ welche ieglicher Mensch und lebende Creatur täglich üben müste/ dahero leicht zu schliessen wäre/ was grossen Nutzen selbige bringen könte. Alle Handthierungen derer Handwercker und Künstler dependiren von dieser Gerüst- oder Bewegungs-Kunst. Man siehet mit sonderbahrer Lust/ wie offtmals von einer einigen Person mit Vortheil/ eine grosse Last beweget/ gehoben/ und fortgebracht wird. Wie auch in Gegentheil mit Verdruß/ wenn mancher Mensch aus Einfalt gleichsam plumsweise sichs sauer werden lässet/ so doch auf eine gantz leichtere Art geschehen könte. Wollen wir die leichte Mühe eine Lust/ die schwere Mühe aber einen Verdruß gelten lassen/ so ist das facit schon richtig/ daß ein Mensch durch Erkäntniß der Mechanicæ glücklich/ im Gegentheil aber unglücklich in seiner Handthierung seyn wird. Weilen nun iedermann das Glück zu suchen pfleget/ so siehet man auch keine grössere Ubung auf der Welt/ als daß immer einer dem andern an Kunst und Geschickligkeit gleichsam mit Vortheil zu übertreffen sich befleißiget/ in Summa, der Nutz der Mechanicæ ist unergründlich.

Archimedes hat Wunder-würdige Proben damit abgeleget/ denn/ als die Römer durch ihren Feld-Herrn Marcellum die Stadt Syracusa in Sicilien belägern lassen/ hat gemelter Archimedes mit seinen Gerüsten und Machinen denen Römern also begegnet und die Feinde so eingetrieben/ daß sie sich über dieses Mannes Tieffsinnigkeit nicht gnugsam verwundern können/ sondern ihm selbst wohlen zu ihren grossen Schaden admiriren müssen.

Es soll auch durch eine Machina oder Instrument so Archimedes zugericht/ der König Hiero ein ungewöhnlich groß Schiff gantz allein von Land in das Meer ohne sonderbahre Mühe abgetrieben haben/ welches eine grosse Menge anwesender Menschen nicht zu thun vermocht. Er ist der Inventor der Wasser-Schraube gewesen/ so heutiges Tages noch mit grossen Nutz gebrauchet wird/ von was

Scharffsinnigkeit dieser Mann muß gewesen seyn / bezeugen dessen hinterlassene Schrifften genugsam. Wir wollen aber einen Anfang dieser Bewegungs-Kunst zu machen / vor uns nehmen.

Die I. Fürgabe.

Wie vielerhand Rüstzeuge bey der Mechanica erfordert werden.

Deren sind vornemlich fünfferley / alß zum ersten der Hebel / zum andern Rad und Trieb / drittens die Schraube / viertens Seil und Kloben / und fünfftens der Keil / wiewohl der Keil von etlichen nicht mit darunter gerechnet wird. Von diesen Rüstzeugen hat nun ein iedes seine besondere Art und Eigenschafft / sey dahero

Die II. Fürgabe. Fig. IIO.

Von dem Hebel / und seinem Vermögen.

Der Hebel ist mehrentheils das Fundament der andern Rüstzeuge wird auch wegen seiner geringen Kosten und grossen Stärcke mehr denn die andern gebrauchet / und hiervon nur etwas zu gedencken so Ist die Schnell-Wage A. nichts anders / als der Hebel. Ein ieder Hebebaum / hölzerner Knittel oder eiserne Brech-Stange B. ist ein Hebel. Der Hebel C. mit seiner Machine D. und 2. eisern Vorsteck Nagel a. a. ist allen Bauren sehr wohlbekant / alß womit im Walde eine einige Person die grösten Bäume oder Holtz Stämme auf den Wagen laden kan. Der Haspel Lit. F. daran b. c der Hebel / ist ein bekant Instrument. Das Rad G. ist gleichfalls nichts anders / als ein doppelter Hebel / und letzt gemelten Haspel in allem gleich / wird nebst vorigen sehr gebrauchet / absonderlich auf hohe Gebäude die Lasten hinauf zu ziehen / ingleichen beym Kranichen / womit die Wahren in denen See-Städten außn Schiffen geladen werden / d e. ist der Hebel daran. Die Schraube Lit. H. mit ihren Hebel f g. ist denen Zimmerleuten und Mäurern eine bekannte Machine oder Instrument, da offtmals eine einige Person durch Hülffe der gleichen 2. Schrauben und einen Hebel / bey Ausbesserung hölzerner Gebäude / ein ziemlich Hauß in die Höhe heben oder schrauben kan. Auch ist bekant daß mit dergleichen eisern Brech-Schrauben die stärcksten Mauren können übern Hauffen geworffen werden.

Des Hebels Vermögen ist

Daß wenn zum Exempel die Last E. 600. pf. oder 6. Centner schwer / und h i. wäre der 20ste Theil von i k. so würde bey k solche 6. Centner zu heben eine Krafft von 30. Pfund starck erfordert / welches ein mässiger Knabe gar leicht verrichten könte / und wird gemeldte Krafft also gefunden.

wie k i 20 zu h i. 1. sich verhält also verhält sich 600. Pf. zu der Krafft

kom̃t 30. Pfund vor die erforderte Stärcke oder Krafft

Die III. Fürgabe Fig. III.

Von des Hebels Multiplication oder Vervielfältigung.

Wiewol diese Multiplication nicht sonderlich gebräuchlich / so wollen wir doch setzen a c d f. und g i. wären 3. Hebel. Ihre Rube-Puncte sind c. f. und h. und verhält sich b c. gegen a c. wie 1. gegen 10. e f. gegen d f. wie 1. gegen 8. und h i zu g h wie 1. gegen 5. dis dreyes nemlich 10, 8. und 5. in einander multiplicirt giebt 400. vor das Vermögen dieser 3. Hebel. Dahero wird 1. Centner bey a. mit 400. Centnern bey i. in gleicher Wage stehen. Es ist aber auch hierbey zu wissen / daß wenn der Hebel a c. bey a. 1. Elle tieff nieder gedruckt / hingegen die Last bey i. nur $\frac{1}{400}$ Ellen in die Höhe gehoben wird.

Die

Die IV. Fürgabe Fig. 112. 113. 114.

Von Rad und Trieb / und dessen Vermögen.

Was Rad und Trieb sey / siehet man an denen Wind- und allerhand Wasser-Mühlen / item an kleinen und grossen Uhrwercken / samt andern Machinen mehr / es ist solch Rüstzeug nichts anders / als da ein Rad in das andere eingreiffet / wie bey Fig. 112. zu sehen. Allwo das Rad m n. mit seinen Getriebe q. in die Kämme des Rads o s. eingreiffet. r q. und p t. sind die Well-Bäume / und können hier n r und o x vor Hebel passiren (denn ein Rad ist anders nichts / wie allbereit gedacht worden / als ein Wellbaum mit vielen Hebeln.)

Das Vermögen dieses Rüst-Zeuges ist Fig. 113.

Wenn u w. als der halbe Diameter des Well-Baums / dem 10. ten Theil der Speiche w x. thut / so wird das Gewichte bey b von 1. Pfund / mit dem Gewichte des Well-Baums 10. Pfund in gleicher Wage stehen.

Folgt / daß wenn bey Fig. 112. der Well-Baum r q. in Diametro der 10te Theil des Diametri seines Rads m n. desgleichen auch p t. der 10te Theil von o s. wäre / und an den Well-Baum p t. hienge eine Last oder Gewicht von 6000. Pfund oder 60. Centner schwer / so würde solches mit den Rad m n bey y zu heben eine Gewalt oder Krafft von 60. Pfunden erfordern.

Und dieser Rüst-Zeug läst sich trefflich vermehren oder verstärcken / nachdem man viel Räder in einander ordnet. Es ist aber auch die Ungelegenheit hierbey / daß je mehr Räder / wohl auch mehr Stärcke und Gewalt / hingegen die Machina um so viel desto langsamer in ihren Gang wird. Zum Ex. Fig. 114. Sey gegeben 5. Räder A. B. C. D. E. deren Verhältnus oder Vermögen eines jeden besonders sich verhalte wie 10 gegen 1. (das ist der Diameter des Rads / gegen dem Diametro seines Well-Baums) So ist gewiß: daß theoreticè 1. Centner an das Rad A. gehangen / mit 100000. Centnern / welche an den Well-Baum oder Spindel des Rads E. hiengen in gleicher Wage stehen. Hingegen wenn das Rad A in ieglicher Stunde 100 mal umgetrieben würde / und die Spindel oder Well-Baum des Rads E. hielte 6. Ellen in Umfang / das ist bey nahe 2. Ellen in Diametro, so müste / diese 100000. Centner biß 24. Ellen in die Höhe zu heben 400. Stunden / oder bey nahe 17. Tag- und Nacht-Zeit verhanden seyn.

Ausrechnung

Multiplicire das Vermögen iedes Well-Baums gegen sein Rad / das ist 10. 5mal in einander (weil 5 dergleichen Räder verhanden) komt 100000. daß also das Gewicht a. gegen dem Gewicht b. wie 1. gegen 100000. Oder wie 1. Centner gegen 100000. Centner.

Ferner

Weil sich ieder Trieb gegen dem Umlauff des Rads auch wie 1. gegen 10 verhält. Dahero wenn das Rad E nur 1. mal umlauffet / so wird hingegen das Rad A. 10000 mal umlauffen / nemlich: D. 10. C. 100. B. 1000. und A. 10000. mal. Es muß aber E. die Last F 24. Ellen zu heben 4. mal umlauffen (weil der Well-Baum im Umfang 6. Ellen gesetzet worden) diesen nach A. 40000. mal

Nun sage also:

100. mal in 1. Stunde was 40000. mal

kommen 400. Stunden / dis mit 24. Stunden abdividiret

giebt bey nahe 17. Tage und Nächte Zeit.

Dis wäre eine vortreffliche Machina sagte Herr Novt. dergleichen würde man schwerlich haben / die solte billig gemachet werden / denn damit könten unglaubliche

Dinge geschehen / er hätte es der Mechanica nicht zugetrauet / durch sie dergleichen grosse Sachen zu verrichten. Es ist wahr / antwortete Herr Archt, daß grosse Sachen durch sie können vollbracht werden / man muß aber seiner Phantasie nicht gar zu viel Raum lassen / sondern etwas mehrers dabey beobachten. Diese letzt gedachte Machina ist zwar leicht zu beschreiben und ihr Vermögen bewiesen / wenn aber solche in natura verfertiget / auch eines ieden Rads Grösse und Stärcke solte gegeben werden / so würde eben dergleichen ungeheure Machina herauskommen / als die Last der 100000. Centner ist / in summa : es ist viel leichter 100. Machinen zu inventiren / als nur eine einige zu bauen. Und gesetzt auch / daß dergleichen verfertiget würde / so wäre alsdann die Frage / worzu man selbige wohl brauchen wolte / denn die Machinen von dergleichen Sorte welche nur bloßer curiosität wegen gemacht werden / sind nicht werth / daß sie Machinen heissen. Die Bau-Leute / Mäurer und Zimmer-Leute haben ihre Machinen zum täglichen Gebrauch schon meist alle parat, und wird eine Brech-Stange oder ein guter Hebe-Baum / offt auch ein Balcken an statt des Hebels. Ein Haspel an statt des Rads. Die Schrauben grosse Lasten zu heben. Seyl und Kloben gleichfals grosse Lasten zu heben / oder die Balcken und anders in die Höhe zu ziehen. Ingleichen der Keil / Balcken zusammen / auch von einander zu treiben continuo gebrauchet. So so sagte Herrr Novt: ich sehe wohl es läufft die Mechanica auch auf eine unnützliche Speculation hinaus / weilen bey denen Werck-Leuten nach des Herrn Bekänntnüs alle benöthigte Machinen schon verhanden. Er urtheile nicht so geschwind / waren Herr Archts seine Worte / man muß etwas genauer davon raisoniren. Es fallen offtmals extra ordinair Gelegenheiten vor / daß eine grosse Last zu bewegen die verhandenen Rüst-Zeuge nicht so gleich den gemeinen Weg nach können employret werden / dahero dann ein Machinarius oder der Bau-Meister / durch mechanische Experienz und fundamenta den gemeinen Rüst-Zeugen mit Vortheil bald muß wissen zu Hülffe zu kommen / und hierzu ist nicht ieder Kopff geschickt / denn die Erfahrung giebts / daß bey dergleichen Fällen manchmal 100. und mehr zu gegen / die das vorhabende Dessein wohl vor gar unmöglich ansehen / ob sie schon mit gemeinen Rüst-Zeugen täglich umgehen / und nach gethaner Arbeit alsdann aus Verwunderung die That mit offenen Maule ansehen. Wir wollen aber um wieder zu unsern Vorhaben zu kommen seyn lassen.

Die V. Fürgabe Fig. 115. 116.

Von der Schraube und ihrem Vermögen.

Die Schraube ist ein sehr nützlich Instrument oder Rüst-Zeug / denn es ist fast kein Handwerck oder Handthierung / dabey man der Schraube entrathen könte / dahero iederman sehr wohl bekant / obgleich nicht allen ihre Stärcke und Vermögen; Deren Materia ist Holtz / Eisen / Messing / Stahl ꝛc. und bestehet

Das Vermögen oder Stärcke der Schraube.

Darinne: daß wie sich b c gegen a c verhält / also verhält sich auch die Krafft des Umdrehens gegen das Vermögen oder Stärcke der Schraube / das ist; wenn c b. sich gegen a c. verhält wie 1. gegen 10. so wird mit dem angehenckten 1. Centner theoreticè gleich 10. Centner in die Höhe geschraubet werden.

Oder noch deutlicher zu sagen: Wenn man Fig. 116. mit den Hebel d f. diese Schraube umdrehen wolte / und b c. verhielte sich gegen a c. wie 1. gegen 10. ingleichen e f. gegen d f. wie 1. gegen 20. so würde ein Mann / der seine Krafft bey d. 1. Centner starck zuschieben anwendete / 10. mal 20. das ist 200. Centner

mit

mit solcher Schraube heben. Gleichwie nun die Schraube eins der stärcksten Rüst-Zeuge / so ist doch ebenfals auch die Ungelegenheit hierbey / daß was ihr an Vermögen und Stärcke zu-hingegen an der Bewegung und Geschwindigkeit ihr wieder abgehet.

Die VI. Fürgabe Fig. 117. 118.

Von Seil und Kloben / und dessen Vermögen.

Seil und Kloben sind sehr gebräuchliche / und die beqvemsten Instrumenta allerhand Lasten bald in die Höhe zu bringen / wie iedermann / absonderlich aber denen Zimmerleuten wohl bekand.

Das Vermögen der Seil und Kloben

Richtet sich nach der Anzahl der Rollen / nemlich: F und G sind zwene Kloben / ieder Kloben hat 2 Rollen. Der Klobe F ist fest gemachet / der andere G aber beweglich / wenn man nun an den Kloben G eine Last von 4 Centnern schwer anhanget / so wird an dem Ende Seil bey a eine Krafft oder Schwere von 1 Centner / mit vorgemeldten 4 Centnern theoreticè in gleicher Wage stehen (weil 4 Rollen / also stehet auch hier 1 Centner mit 4 Centnern in gleicher Wage)

Es ist aber auch hierbey zu mercken / daß wenn bey a der erste Centner 4 Ellen niedergehet / so werden hingegen die 4 Centner bey G nur 1 Elle hoch steigen. Ingleichen wenn das einfache Seil bey a 1 Centner träget / so wird solches gleicher gestalt bey G 4 Centner / das ist: 4fach so viel tragen.

Dieses Rüstzeuges Vermögen kan nicht so geschwind und starck als vorhergehende Rüstzeuge vermehret werden / und muß man sich bey der auffziehenden Last mehrentheils nach der Stärcke der Seiler richten / obgleich die Kloben noch so starck sind. Herr Stan gedachte daß er 2 Kloben gesehen Fig. 118. deren ieder 3 Rollen neben einander und 3fach in die Höhe / also in ieden Kloben 9 Rollen / in beyden Kloben aber 18 Rollen gewesen / dahero bey c mit einer Schwere oder Krafft von 1 Centner / bey d 18 Centner hätte können gehoben werden. Herr Archt fragte hingegen / worzu wohl selbige Kloben wären gebrauchet worden / es gienge wohl an bey extra-ordinair Gelegenheiten / wenn man eine sehr grosse Last nur etwa etliche Ellen als 10 biß auffs höchste 20 Ellen hoch erheben wolte / denen Zimmerleuten aber / als welche sich dieses Rüstzeuges am meisten gebrauchten / würde damit nicht gedienet seyn / sintemal ein trefflich lang Seil erfordert würde / weil solches noch mehr als 18mal so lang (nemlich so viel der Rollen) als die Höhe des Zugs seyn müste. Zum Exempel man wolte damit eine Last biß 30 Ellen in die Höhe ziehen / so müste auf solche Art das Seil 30mal 18. das ist: 540 Ellen (ohne den Anzug und Uberschuß der Kloben) also zum wenigsten 600 Ellen lang seyn / dergleichen Seile aber von Länge würden nicht viel gefunden / und kan die Multiplication auf eine viel beqvemere Art geschehen / wovon aber künfftig sol gedacht werden / war also

Die VII. Fürgabe Fig. 119.

Von Keil und seinem Vermögen.

Der Keil wird zwar von etlichen gar nicht unter die Rüstzeuge gerechnet / ist sonst ein beqvem Instrument / und mehrentheils gebräuchlich / Lasten nur in etwas zu erheben / oder von einander-auch wohl zusammen zu treiben / sein Vermögen ist ziemlich starck / wiewol davon eine gewisse Rechnung zu machen fast schwer fället / welches auch vielleicht einige Ursach ist / daß solcher zu beschreiben von denen meisten übergangen wird / sintemal der Keil allezeit durch den Schlag oder Stoß

muß getrieben werden / und sein Vermögen dadurch empfahen / nachdem nun dergleichen Stoß oder Schlag starck / eben so starck vermehret sich auch so dann das Vermögen des Keils. Im übrigen vergleichet sich die Macht oder

Das Vermögen des Keils

fast der Schrauben / zum Exempel Fig. 119. Sey gegeben der Keil a b c. gesetzt nun a c verhielte sich gegen b c wie 10. gegen 1. so würde diesen nach bey b c eine Krafft von 1 Centner / bey a die Last von 10 Centnern in die Höhe treiben. Weil aber wie allbereit gedacht worden / der Keil a b c allezeit durch den Schlag oder Stoß getrieben wird / als kan dergleichen Rechnung nicht vorbekand angenommen werden. Denn ob die Last bey a gleich über 200 Centner schwer seyn solte so ist gewiß / daß ein Mann durch Hülffe eines Schlägels von etlichen Pfunden schwer / ohnfehlbar solche Last in die Höhe treiben würde. Die Stärcke des Schlags und Schwunges aber darzu zu thun sagte Herr Archt, ist hieher etwas zu subtil / wollen solches lieber künfftig in etwas untersuchen / und voritzo noch erinnern

Die VIII Fürgabe

Von denen Kräfften

Keine Machina sie sey noch so kostbar / schwach oder starck / beweget sich von sich selbst / sondern muß nothwendig durch etwas beweget werden. Hier fiele ihm Herr Novt in die Rede nnd sprach: Er hätte ein Inventum das perpetuum mobile oder immerwehrende Bewegung zu præstiren / darum solte Herr Archt ja nicht gedencken / daß keine Machina ohne selbst Bewegung wäre. Herr Archt hätte seinen immerwehrenden Stillstand gerne beantwortet / ersuchte ihm aber / nur so lange in Gedult zu stehen / biß die Erzehlung von denen Kräfften zu Ende / so dann wolte er weiter mit ihm dieser Sachen wegen reden / fieng also ferner an:

Es können der Kräffte vornemlich Sechserley gezehlet werden als: Die menschliche Krafft / der Thiere Krafft / und die Kräffte der 4 Elementen / als da sind die Erde / das Wasser / die Lufft und das Feuer sey demnach

Die IX Fürgabe

Von der menschlichen Krafft.

Dieses ist die nothwendigste Krafft bey Bewegung allerhand Machinen oder Rüstzeugen / denn obwohl solche die allerschwächste / so wird sie doch beym Gebrauch die allerstärckste / kurtz zu sagen: es ist das Leben der Menschen / dergleichen Krafft haben zwar auch alle lebendige Thiere / sind aber derselben als unvernünfftig nicht recht mächtig anderswo zu gebrauchen / ohne nur für sich selbst / denn ihre sämtliche Krafft ist vielmehr denen Menschen zugleich mit unterthänig. Von solcher menschlichen Krafft wäre viel zu gedencken / will aber nur etwas weniges melden nemlich:

Ihre Bewegung kan in die Höhe / unter sich / seitwarts / in die Runde in Summa wohin man nur will / geschehen.

Ohne deren Zuthuung oder vielmehr Regierung / kan keine der folgenden Kräffte regieret werden. Sie hat die Gewalt alle andere Kräffte / iede insonderheit in ihren Lauff und Trieb zu hemmen / wieder gehen zu lassen / zu vermehren und zu verringern.

Weiln ihre eigene Krafft nicht allezeit zulänglich / als bedienet sie sich zu deren Vermehrung oder Ersparung grosser Mühe / so viel nöthig / der übrigen oder folgenden Kräffte. Zum Exempel. Wenn ein grosser Stein oder sonst eine Last

von etwa 20 Centnern auf einen Wagen sol weggeführet werden / könte solches durch etliche starcke Männer ohne andere Hülffe geschehen/man bedienet sich aber an deren statt lieber der Thiere Krafft / nemlich ein paar oder mehr Pferde. Nun würden die Pferde / (so der Stein noch nicht auf den Wagen geladen und sie daran gespannet wären) ob sie wohl stärcker als 20 und mehr Männer / den Stein mit ihrer Stärcke nicht einen Zoll breit verrücken / hingegen wenn nur 1. Mann seine Krafft darzu employret / den Stein durch Hülffe des Hebels Fig. 110. Lit. C. und D. auffn Wagen ladet / und die Pferde daran spannet / so müssen die Pferde solchen Stein hinführen / wo ihm der Mann hin haben / und wieder abladen will / folgt

Die X. Fürgabe
Von der Thiere Krafft.

Was Vortheil diese Krafft denen Menschen bringet / giebt die tägliche Erfahrung / absonderlich haben die Pferde und Ochsen unter allen Thieren hierinne den Vorzug / wiewohl man sich auch darneben vieler Orten der Elephanten / Camele / Maulthiere / Eseln und anderen mehr mit grossen Nutz bedienet. Nun ist zwischen der menschlichen und Thiere-Krafft kein anderer Unterscheid / als daß jene durch eine vernünfftige Seele regieret wird / die andere aber ob wohl stärcker und dauerhaffter doch unvernünfftig sich reget.

Die XI. Fürgabe
Von der Krafft der Erden.

Unter dieser Krafft werden alle trockene Schweren verstanden / als da seynd Metalle / Stein / Sand / Erde / Holtz ꝛc. ihre Eigenschafften der Kräffte bestehet darin / daß sie allezeit perpendicular nieder- oder nach dem Centro der Erd-Kugel sich neigen und fallen: Das Vermögen solcher Krafft / wenn selbige in etwas gehemmet wird / ist fast stets gleich und starck / dauret auch so lange man es haben will / wie sonderlich an denen Gewichten der Uhrwercke zu sehen.

Die XII. Fürgabe
Von der Krafft des Wassers.

Das Wasser kan seiner Schwere wegen / voriger Krafft einiger maaßen mit verglichen werden / iedoch geschiehet auch dessen Vermögen obliqvè oder schreg nach ieder begehrten Seite / oder nach ieden Winckel niederwerts / (welcher zwischen der horizontal-und vertical-oder perpendicular Linie kan gemacht werden. Auch ist dieser Vortheil darbey / daß solche Krafft sehr starck ist und lang dauret / wie sonderlich an denen Wasser-Mühlen zu sehen / dahero dergleichen Krafft bey allen Machinen so eine gleiche und lang-daurende starcke Bewegung haben sollen / wohl die Nutzbareste ist.

Die XIII. Fürgabe
Von der Krafft des Windes.

Diese hat gegen vorigen beyden Kräfften gar keine Schwere (denn die Schwere der Lufft kömt hier in keine consideration) und ist solche Krafft sehr unbeständig / bald starck / bald schwach / langsam und geschwind / nachdem der Wind wehet.

Die Bewegung oder das Vermögen dieser Krafft geschiehet horizontal, wird meistens gebrauchet bey denen Schiffen auf der See / und Wind-Mühlen zu Lande. Man kan ferner von solcher Krafft sagen / daß selbige durch einen gemachten

Windfang / hernach über sich / unter sich / seitwarts horizontal und obliqvè, in Summa wohin es nur sey wieder auszulassen. Und wenn die Ungelegenheit der Unbeständigkeit bey dieser Krafft nicht zu befürchten / so wäre selbige fast noch bequemer und nutzbarer als vorhergehende Krafft des Wassers.

Die XIV. Fürgabe

Von der Krafft des Feuers.

Das Feuer hat gar keine Schwere / sondern ist vielmehr demselben gantz entgegen / und dringet durch die andern Kräffte alle / mit grosser Gewalt perpendicular über sich. Die Bewegung ist geschwind / und dauret länger nicht / alß solange Lufft und Nahrung verhanden / erstirbet sonst gleich. Die gröste Stärcke des Feuers siehet man an denen Pulver-Minen / da mit wenigem Feuer gantze Häuser / Wälle / Mauren / und die grösten Thürme in einem Augenblick übern Hauffen geworffen werden.

Herr Archt wolte hier mit seinen Discours von der Mechanica beschliessen / wo ihm nicht die sämtliche Compagnie insonderheit Herr Geon ersuchet hätte / einige Demonstration vorhergemelter Rüstzeuge zu thun. Herr Archt vermeinte dieses nicht nöthig zu seyn / weil verhoffentlich bey vorhergemelten alles deutlich gnug zu erkennen / iedoch einige Vergnügung zu thun war.

Die XV Fürgabe Fig. 120. 121.

Des Hebels Vermögen zu beweisen.

Diß kan am füglichsten durch Vorstellung eines gemeinen Wag-Balckens geschehen als Fig. 120. sey der gemeine Wage-Balcken a c. dessen Mittel oder Ruhe-Punct b. und iedes Theil zu beyden Seiten von den Ruhe-Punct an / biß an iegliches Ende / in etliche gleiche Theil nach Belieben / als hier in 6 abgetheilt.

Wenn nun bey d und e zwey ungleiche Gewicht von solcher Schwere angehangen werden / also: daß dadurch der Wag-Balcken gleich inne stehet und weder zur Rechten noch zur Lincken sich neiget / so haben (laut der 7 Propositon des 1. Buchs Archimedis von der flächen Gleichwichtigkeit und schwere Puncten) solche Gewichte an Schwere wiederkehrliche Verhältnüs derer Spatiorum d b und b e das ist: wie b e 1. zu a b 6 sich verhält / also wird auch die Schwere f. sich gegen der Schwere g verhalten / nemlich wenn bey f 1. Centner hanget / so wird solcher mit 6 Centnern bey g in gleicher Wage stehen.

Es ist aber Fig 121. der Hebel a e nichts anders / als ein Stück des Wage-Balckens (Fig. 120. nemlich a e) daran a b die Handhabe. b die Unterlage oder der Ruhe-Punct und g die Last / welche beye gefasset wird / wie alles aus der Figur klärlich zu sehen.

Herr Stan hatte hier auch etwas zu erinnern / nemlich bey vorhergehender 3. Fürgabe Fig. 111. da die Last an den Hebel a c. hinter den Ruhe-Punct c als bey b. zu finden. wie dis zu beweisen sey. Herr Archt vertröstete ihm biß zu itzt folgender

XVI. Fürgabe Fig. 122.

Des Rad und Triebs Vermögen zu beweisen.

Dieser Beweiß ist mit vorigen einerley / nemlich man formire aus den Wage-Balcken a c (Fig. 120.) hier ein Rad dessen halber Diameter sey gleich a b. und die Helffte des Well-Baums oder Triebs in Diametro gleich b e. Der Ruhe-Punct b ist des Rads Centrum, und also gleich dem Ruhe-Punct der Wage

(Fig.)

(Fig. 120.) Dahero wie sich der halbe Diameter a b des Rads gegen dem halben Diametro b e des Well-Baums oder Triebs verhält / nemlich wie 6 gegen 1. eben also wird sich wiederkehrlich das Gewicht des Well-Baums bey e gegen dem Gewicht des Rads bey a verhalten / das ist: wie 6. Centner gegen 1. Centner.

Was in übrigen Herr Stanens vorhergehende Erinnerung betreffe / wäre es ja gleich viel / ob die Last bey e hinter den Ruhe-Punct b oder bey d vor den Ruhe-Punct angehenget würde / wie die Figur klärlich zeiget / war also:

Die XVII. Fürgabe

Das Vermögen der Schraube zubeweisen

Eine Schraube ist ein-um einen Cylinder gewundener Keil / weil nun dieser Beweiß etwas schwerer als vorhergehender Rüstzeuge zu determiniren / darum werden wir weitläufftiger hiervon handeln / und vorhero etliche Betrachtungen anstellen müssen / sey demnach

Die erste Betrachtung Fig. 123.

1 Satz / alda ist die Linie a b horizontal, und A. eine Kugel deren Centrum d. weiln nun die Helffte der Kugel e g f d gleich der andern Helffte der Kugel e h f d. alß kan solche geometricè die horizontal-Linie a b (laut Anhangs / der 16. Prop. des 3. Buchs Eucl.) nur in einem Punct f anrühren / auch also weder gegen a noch b nicht die geringste Bewegung haben / sondern muß ruhen.

2 Satz / im Gegentheil ist die Linie a c vertical oder perpendicular, da kan nun die Kugel B nicht ruhen / sondern hat daselbst ihren stärcksten Fall / Lauff oder Bewegung gegen a zu. Folgt

Daß nach den 1 Satz die Kugel gantz keine Bewegung / und also solche Bewegung auch keine Schwere. Nach den 2 Satz / hat die Kugel die stärckste Bewegung gegen a zu. Das Vermögen dieser Bewegung aber ist gegen voriger unterschieden um so viel als der Kugel eigene Schwere austräget.

Anhang

Und dieses ist nicht allein von Kugeln / sondern auch von allerhand Flächen und andern Cörpern / als von beyden runden Flächen oder Tellern / Rädern / Waltzen und dergleichen C. und D. wie auch von denen beyden eckichten Cörpern E und F zu verstehen.

Die andere Betrachtung Fig. 124. 125.

So bald die Linie a i etwas übern horizont a b erhoben wird / so gleich verlieren alle Corpora, als hier die Kugel A das Rad C. und das Corpus E. ihre natürliche Ruhe / und sencken oder bewegen sich gegen a zu also: ie mehr a i über a b erhaben / oder ie gröſſer der Wincket i a b. ie gröſſer und stärcker ist auch das Vermögen der empfahenden Bewegung derer Cörper. Herr Novt schüttelte seinen Kopff und kunte nicht begreiffen / daß dieses der Wahrheit gemäß / denn was die Kugel ingleichen die flache Rundung oder Teller anberäfe / möchte wohl in seinen Werth bleiben / daß aber das Corpus E. obschon a i etwas erhoben / nicht liegen bleiben solte / würde wohl niemand behaupten können / er hätte schon ehemals dergleichen gelesen / aber durchs probiren das Contrarium gefunden.

Es sey aber sein Experiment gewesen Fig. 125. ein glat gehobeltes Bret a e f l. da wäre nun die höltzerne / steinerne oder metallene Kugel A und der Teller B zwar gleich herunter nach a e zugelauffen / wenn das Bret nur etwas übern horizont a e erhoben worden / hingegen aber sey das 4 eckichte Bretlein C und ein Stück Bley D in Form eines Keils liegen blieben / obschon das Bret so hoch

übern horizont a b erhaben geweſen/daß der Winckel l a b. mehr als 20. Grad gehalten. Ein ſchön Experiment ſagte Herr Archt, auf ſolche Art wäre gleichfals leicht zu beweiſen / daß eine kleine Kugel auf ſeinen erhabenen Bret (wenn ſelbiges abſonderlich nicht glat gehobelt wäre) ſo wohl als das 4 eckichte Bretlein C und Bley D. ſolte liegen bleiben / dahero dieneten ſolche mechaniſche Unterſuchungen hier in geringſten nicht/ ſie wären viel zu dubiös, denn das Bretlein C und Bley D. wenn ſelbige nicht ſo rauh / und mit ſo vielen Puncten anträfen/ würden ſo leicht als die Kugel A und Teller B fort rutſchen / er ſolte ſich nur anſtatt des Brets a e f l eine gleich polirte ſtählerne Platte machen laſſen / auch das C und D gleichfals von harten Metall und unten polirt / ſo dann iedes auf 3. oder 4. runde Kügelein legen / es würde gewiß keines liegen bleiben. Herr Novt acceptirte ſolches / biß ſo lange die Zeit leiden würde/ eine genauere Probe anzuſtellen/ immittelſt machte Herr Archt auf vorhergehende beyden Betrachtungen den

Schluß.

Daß ie mehr die Linie a i. Fig. 124. über horizont a b erhaben / ie weniger Schwere behielten die darauf enthaltene Flächen oder Cörper A. C und E. biß endlich der perpendicular-Linien a c gar keine Empfindung von denen Cörpern mehr übrig bliebe. Und dis wäre noch beſſer zu verſtehen durch ein Rad und wiederholte Fig. 122. ſo hier

Die dritte Betrachtung und Fig. 126.

a b iſt der horizont ſo in 6. gleiche Theile getheilet / in f g h i. und d. Geſetzt nun / a b. k b. l b. m b. und o b. wären Flächen / darauff lege oder hienge in a. k. l. m. n. und o. iedesmal ein Gewicht von 6. Centnern ſchwer (die Anhangs-Puncte k. l. m. n. o. p. ſind perpendicular über denen 6. gleichen Theilen.)

p. q. ſey parallel mit a b. ingleichen ein Gewicht F bey p befeſtiget.

So folgt zum Erſten

Daß (laut vorhergehender 16. Fürgabe Fig. 122.) ſolch Gewicht F. wenn ſelbiges 6. Centner ſchwer / mit a 6 Centner ſchwer in gleicher Wage ſtehen wird. item wenn das Gewicht F. 5 Centner ſchwer / (Nota, das Gewicht F. bedeutet hier unterſchiedliche Schweren) ſo wird ſolches gleichfals mit 6 Centner bey k. in gleicher Wage ſtehen / (nemlich / wie ſich f b. 5. gegen k b. 6. verhält / alſo wird ſich auch das Gewicht F. gegen dem Gewicht bey k. verhalten.) Und auf ſolche Art wird F. 4 Centner / mit l. 6 Centner. F. 3 Centner / mit m. 6 Centner. F. 2. Centner / mit n. 6 Centner / uud F. 1 Centner / mit o. 6 Centner in gleicher Wage ſtehen.

Die andere Folge

Wenn (nach vorhergehender 2 Betrachtung) der Druck eines Corporis oder Laſt auf der horizontal-Fläche a b. 6 Centner ſchwer / ſo iſt ſolcher Druck eben des jenigen Cörpers oder Laſt auf der erhabenen Fläche k b. nur 5. Centner / auf der Fläche l b. 4. Centner / auf der Fläche m b. 3. Centner / auf der Fläche n b. 2. Centner / und auf der Fläche o b. nur 1 Centner ſchwer.

Dritte Folge.

Wenn c r gleich gemachet wird der o p. als iſt ſo dann r ſ. auch gleich o v. oder b d. (nemlich r ſ. iſt der 6te Theil von b r. und o t. iſt parallel der b r.

Dahero wird (laut vorhergehender 1 Folge) das Gewichte G. 1 Centner / mit dem Gewichte bey o. 6 Centner in gleicher Wage ſtehen. Das iſt: die Krafft oder das Gewicht H. welches mit der Laſt I. in gleicher Wage ſoll ſtehen/ muß ſich verhalten wie r ſ. gegen b r. nemlich wie 1 Centner gegen 6 Centner.

Der

Der endliche Schluß ist

Daß es hier gleich viel gilt / ob die Last I. von b gegen r. gezogen oder geschoben / oder eine Fläche r b. von r gegen b zu unter der Last I. hingeschoben wird. Dahero / wie r s. sich gegen b r. verhält / eben also verhält sich die Krafft L. des Umtriebs der Schraube / gegen ihr Vermögen.

Die XVIII. Fürgabe Fig. 127. 128. 129.

Des Seil und Klobens Vermögen zu beweisen.

So ist Fig. 127. zu sehen / daß ein iegliches Seil um eine einfache festgemachte Rolle L. geschlagen / zu beyden Seiten a und b. mit gleichen Gewichten inne stehe / oder gleiche Wage halte / (m n kan hier den Wage-Balcken bedeuten.)

Fig. 128. alda sind 2 Rollen M. und N. so fest gemachet. Weiln nun c und d. wie auch e und f. (laut Fig. 127) iedes besonders mit einander in gleicher Wage stehen. Dahero wird d und e zusammen / (da iedes 1 Pfund schwer) das Gewicht P von 2 Pfunden schwer in gleicher Wage halten. Ebener maaßen ist auch zu sehen Fig. 129. alwo 2 einfache Kloben Q und R. ieder mit 1 Rolle (davon der eine Kloben R. fest gemachet) daß g und k desgleichen g und i. (laut Fig. 127.) iedes in gleicher Wage mit einander stehen. Weiln nun g und i. iedes besondern vor sich 1 Pfund träget (und auf solche Art auch g und h) so halten sie beyde zusammen / (nemlich g i oder g h) das Gewicht S von 2 Pfund schwer in gleicher Wage. Und auf dergleichen Manier sagte Herr Archt, ist auch die Demonstration auf andere Kloben von 3. 4. 6 und mehrern Rollen gar leicht zu machen / und hatte er also noch

Die XIX. Fürgabe

Das Vermögen des Keils zu beweisen.

Dieser Fürgabe Demonstration vermeinte Herr Archt wäre durch die Fig. 126. gnugsam bewiesen / welches zu Ende der 17. Fürgabe gedacht worden. Daß also verhoffentlich solche Fürgabe keines weitern Beweises bedürfftig. Die Stärcke des Schlags aber / alß womit der Keil angetrieben würde / zu untersuchen / solte vor dißmahl biß zu anderer gelegener Zeit ausgestellet seyn / und möchte er nun auch einmal gerne hören was pagina 41 gedacht worden / nemlich: wie Herr Geon die Schwere des Erdbodens ausrechnen und selbige bewegen wolte / fragte ihm derohalben / ob Archimedes auch das jenige / so er sich verobligiret wohl hätte præstiren mögen / daß wenn ihm ein Ort außer dem Erdboden gegeben würde / da er seinen Fuß fest setzen könte / er den Erdboden aus seinem Centro verrücken wolte. Herr Geon respondirte / daß diese Frage theoreticè mehr mit ja- als mit Nein zu beantworten wäre / sintemal diese Verruckung auf unterschiedliche Arten könte untersuchet / obschon nicht vollbracht werden. Dahero einige Satisfaction zu thun wolte er seine Gedancken dieser halben eröffnen / woritzo aber erstlich ihnen sämtlich zu betrachten darstellen

Die XX. Fürgabe Fig. 130.

Wie schwer wohl ohngefehr die gantze Welt oder Erd-Kugel seyn solte

Daß der gantze Cörper der Erd-Kugel aus denen 4 Elementis, nemlich: Feuer / Lufft / Wasser und Erden bestehe / auch daß die Erde (oder vielmehr der Stein / weiln die Erde hier an statt aller trockenen Materien / als Metall / Stein / Sand / Erde Holtz ꝛc. verstanden wird) das gröste und meiste Theil einnehme / ist

unstreitig war/ sintemal die Erfahrung gnugsam bezeuget/ wie bey grabung derer Bergwercke / so man den Anfang in Felsen machet/ und perpendicular unter sich gräbet/ derselbe Felsen auch allewege continuirlich bleibet/ und ie tiefer gegraben wird/ ie mehr sich dessen findet. Ob zwar nicht zu leugnen/ daß wohl möglich unter harten Felsen Erdreich anzutreffen/ so sind doch solcher Exempel wenig verhanden/ es könte aber vielleicht also geschehen. Gleichwie sich öffters Berge oder Felsen finden/ die oben weit überhangen. Ebenermaaßen kan auch dergleichen vielmehr in der Erd-Kugel sich ereignen wie bey f zu sehen. Wenn man nun solchen Felsen f. perpendicular durchgrübe/ so würde freylich wieder Erde (iedoch auch nach diesen ohnfehlbar wieder Stein oder Felsen sich zeigen. Und warum solte man nicht mit Warheit sagen können/ daß der Erdboden eine steinerne Kugel/ deren höckrichte Theile oder Berge und Thäler n von außen mit Sand oder Erdreich m und Wasser g ingleichen Lufft h und Wolcken i. so dann mit Feuer k. (oder vielmehr reinen Lufft) angefüllet und überstreuet. Niemand wird beweisen können/ daß biß 1000. Ellen tieff in die pure Erde wäre gegraben worden (Herr Novt meinte/ es hätte solches auch wohl niemand probiret) aber so tief in Felsen oder Stein/ hat man an denen Bergwercken gnugsame Exempel. Wiewohl auch der Warheit gemäß scheinet/ daß die Erd-Adern (dergleichen hier bey f.) sich offt in die Erd-Kugel zwischen die Felsen hinein sehr tief und weit erstrecken mögen/ welche Erd-Adern gar füglich mit eben denen jenigen Wasser-Speluncen zu vergleichen/ die an etlichen Orten (wie bekand ist) unter die Felsen sich hinein ziehen/ und theils nicht zu ergründen sind. Ferner ist aus der Natur bekand/ daß das Centrum oder Mittel-Punct a der Erd-Kugel/ alles was eine Schwere hat an sich ziehet/ es mag gleich bey b d e oder c fallen. Darum auch die Wolcken i als ein leichter Rauch über die Schwere der Lufft h. schweben/ und die Lufft h. über den Wasser g. das Wasser g über der Erden oder Sand m. und die Erde m über den Felsen oder Stein n sich befindet. Dahero so man einen Stein über eine Wolcke legte/ würde selbiger bald anfangen durchzufallen/ hernoch auch die Lufft/ nicht weniger das Wasser biß an die Erde oder Sand/ und dieses mit der Zeit gleichfalls durchdringen. Doch will ich keines Weges behaupten/ daß ein Stein die Erde oder Sand auf 10. 30 bis 100 Elen tief durchdringen solte/ iedoch kan ein ieder gar leicht selbst probiren/ und einen schweren Stein auf ein Feld oder Wiese ins Erdreich legen/ so wird sich finden/ daß solcher in etlichen Jahren ziemlich in die Erden gesuncken/ ja immer mehr und mehr sincken wird/ welches ohnfehlbar die Erschütterung des Erdbodens so von denen Winden/ Donner-Wettern und Erdbeben entstehet/ verursachet/ das meiste contribuiret zwar hierzu des Steines eigene Schwere/ und die verborgene magnetische Krafft des Mittel-Puncts a. der Erd-Kugel. Zum wenigsten ist hieraus leicht zu verstehen/ daß alles ie schwerer es ist/ ie mehr und näher sich solches auch gegen der Erd-Kugel Mittel-Punct zusammen ziehet/ und niemals von dar oder sonst einige Schwere oder Stein von sich selbst perpendicular über sich in die Höhe steigen wird. Ich will mich bey solchen Discours sagte Herr Geon, nicht länger auffhalten/ die sämtliche Compagnie möchte sonst gar leicht auf die Meinung gerathen/ als wolte ich die Schwere des Erdbodens auf ein Härlein suchen/ iedoch gedencke der Warheit so nahe zu kommen/ als man aus unfehlbaren Gründen beweisen kan. Daß die Erd-Kugel in ihrer Circumferenz halte 5400 teutsche Meilen/ iede zu 12430 Dreßdner Ellen lang gerechnet/ (welches bey nahe mit denen meisten Geographis übereinkömt/ die ich untersuchet habe) ingleichen/ daß iede Dreßdnische Cubische Elle Sand-Stein/ (das ist ein recht gevierter harter Sand-Stein von 1 Dreßdner Elle lang 1 Elle breit und 1 Elle hoch) gleich bey nahe 1000 Leipziger Pfund schwer.

Setz

Setze dahero: die gantze Welt oder Erdkugel sey (aus Metall/ Felsen/Sand/ Erdreich/ Wasser/ Lufft und Feuer zusammen gemischt) eine Kugel von dergleichen Sandstein. Ist nun die Circumferenz oder Umkreiß des Erdbodens 5400 teutsche Meilen/ so wird (nach Archimedis Vergleichung) deren Diameter a d. 1718 $\frac{2}{7}$ teutsche Meilen halten; Oder welches gleich viel/ die Circumferenz 64800000 Elen/ und der Diameter 20618181 Dreßdner Elen/ dis beydes in einander multiplicirt/ thut 1336058126800000 qvadrirte Elen/ vor die äusere Fläche des Erdbodens/ solches mit den sechsten Theil des Diametri als 3436363 $\frac{1}{2}$ Elen multiplicirt/ giebt vor den gantzen cubischen Inhalt des Erdbodens 459118138081389180000o. cubische oder würfflichte Dreßdner Elen/ solche Summa Elen mit 1000 Pfund multipliciret (weil laut vorhergehend iede cubische Ele Stein von dergleichen Schwere) bringt 459118138081389180000000o Leipziger Pfund vor die ohngefehre Schwere des gantzen Erdbodens. Weil nun Archimedes ein absonderlich Buch von der Grösse und der Zahl des Sandes/ so wohl der Erd- als Himmels-Kugel geschrieben/ alß würde ihm solche Schwere des Erdbodens oder Erd-Kugel nicht unverborgen gewesen seyn/ und vielleicht seine Rechnung hiernach angestellet haben. Die sämtliche Compagnie hatte zwar mit sonderbaren Vergnügen dieses alles angehöret/ Herr Novt aber kunte sich nicht länger halten/ sondern sprach: das mag mir noch eine Schwere heissen/ er solte doch bedencken/ wie seine Rechnung bestehen könte/ weil nach seiner eigenen Bekäntnüs der Erd-Cörper aus denen 4 Elementis bestünde/ nun wäre ja auffn Erdboden mehr Wasser als Erde/ Feuer und Lufft aber hätte gar eine geringe Schwere/ die Höhlungen oder ledige Speluncen trügen auch ein grosses aus/ in Summa, er könte gar nicht begreiffen/ daß die Erd-Kugel so unbegreifflich schwer sey/ und versicherte ihm künfftiger Zeit auf diese Erzehlung Einwürffe genug zu machen/ inmittelst solte Herr Geon nur so wohl thun/ und nach denen 4 Elementen diese Schwere des Erdbodens in 4 Theil dividiren/ alsdann würde eine Schwere oder Last heraus kommen/ welche als glaubbar passiren möchte/ und selbige wolte er ohnfehlbar mit verdefendiren helffen/ daß die Erdkugel unmöglich leichter seyn könne/ wenn sich schon die gantze Welt darwieder sperrete. Aber Herr Geon ließ sich dieses alles nicht irren/ weil seine vorgebrachte Meinungen von keiner sonderbahren Wichtigkeit/ denn das Feuer/ die Lufft/ und das Wasser wären gegen der Erd- oder vielmehr Steinkugel gar wenig oder nichts zu rechnen/ (so viel hierbey mit abgemessen und darunter begriffen sey) und dieses zu beweisen/ wolte er ihm auf eine andere Zeit satisfaction thun/ voritzo aber seinen Versprechen nach/gedencken durch

Die XXI. Fürgabe/ Fig. 131. 132. 133. 134. 135.

Wie Archimedes den Erdboden aus seinem Centro verrucken können.

Alle so hiervon geschrieben stehen in denen Gedancken/ Archimedes hätte solches durch eine besondere Machinam verrichten wollen/ ists wahr: so müste es entweder durch den Hebel/ oder Rad und Trieb/ oder durch Hülffe der Schraube geschehen. Setze also:

Zum ersten Fig. 131.

Wenn Archimedes die Welt durch den einfachen Hebel allein bewegen wollen. Sey gegeben auffer der Kugel der Ort a. die Weite zwischen den Ruhe-Punct c. und der Last des Erdbodens b (nemlich b c) sey der hundert tausende Theil ($\frac{1}{100000}$) von c d. Der Hebel b d sey durchaus gleich

dick / und den tausenden Theil ($\frac{1}{1000}$) so schwer alß das Gewicht f bey d.

Folget / daß wann bey d ein Gewicht oder Gegenlast f. von 458888696027795818oo Pfund schwer hienge / so würde die Erdkugel mit diesem Gewicht f in gleicher Wage stehen / und also bey d können gehoben werden.

Die Ausrechnung geschiehet also:

wie sich b c doppelt	gegen c d. ÷ b c verhält	also verhält sich b d gegen (der Abwage
2 Theil	99999. Theile	100001 Theile

komt 4999999999 $\frac{1}{2}$ Theile vor die Ab- oder Uberwage / das ist: Wenn des Hebels b d. 100001 Theile / iedes Theil 1 Pfund schwer / so müste bey b eine Last von 4999999999 $\frac{1}{2}$ Pfund verhanden seyn / welche den ledigen Hebel nur in gleicher Wage hielte.

Nun setze ferner / daß der Hebel b d. 100001 Theile halte / und den tausenden Theil ($\frac{1}{1000}$) des Gewichts f schwer sey / als folgt: daß das Gewicht f haben müste 100001000 Theile / dis Gewichte würde so dann eine Last ohne die Ab- oder Uberwage (nemlich 100001000 Theile mit 100000 multiplicirt / als die Verhältnis b c gegen c d) von 10000100000000 Theile heben / hierzu die Abwage addirt / giebt 10005099999999 $\frac{1}{2}$ oder bey nahe 10005100000000. Theile vor die Last und Abwage zusammen.

Alsdann rechne folgender Gestalt.

bey Last und Abwage /	ist Last	was ist Last / bey Last und Abwage (der Erdkugel Schwere
10005100000000 Theile	10000100000000 Theile	25911813808138918000000000 Pfund

komt ohngefehr 458888696027795818000000000 Pfund / vor die Last welche mit dem Gewicht f müste gehoben werden / dis durch die 100000 Theile des Hebels dividirt / giebt 458888696027795818oo. Pfund vor die begehrte Schwere des Gewichts f.

Zum andern Fig. 132.

Hätte Archimedes diese Last der Erdkugel durch den vermehrten oder multiplicirten Hebel bewegen wollen. Sey gegeben (nach vorhergehender 3 Fürgabe) Eilff Hebel / deren einer g h i, daran i. der Ruhe-Punct / und h i das Spatium zwischen der Last und Ruhe-Punct / ferner verhalte sich h i gegen g i wie 1 gegen 100. und von eben dergleichen Vermögen sey auch ein ieder der andern Hebel. Diesen nach wird theoreticè ein Gewicht k / von etwas mehr als 459 Pfund mit der gantzen Welt-Last in gleicher Wage stehen / ein Gewicht aber von 460 Pfund solche übertreffen. Die Ausrechnung geschiehet also:

Multiplicire aller 11. Hebel Vermögen in einander nemlich 100. 100. 100. 100. 100. 100. 100. 100. 100. 100. 100. komt 100000000000000000000. hiermit die vorhergemeldte Welt-Last abdividirt / giebt 459 Pfund und etwas drüber vor die begehrte Schwere des Gewichts k.

Drittens Fig. 133.

So es durch Rad und Trieb / ingleichen durch Hülffe der Schraube geschehen solte. Sey gegeben 10 Räder mit ihren Getriebe / deren Vermögen oder Stärcke sich iedes verhalte wie 100 gegen 1. (das ist: daß sich des Kamrads gantzer Diameter gegen des Wellbaums oder Triebs gantzen Diameter verhalte / wie 100 gegen 1.) Ferner sey an den Wellbaum des letztern Rads die Schraube m und deren Vermögen oder Krafft gleichfals wie 100 gegen 1.

Die-

Dieſen nach würde ebener maaßen ein Gewicht oder Stärcke n von etwas mehr als 459 Pfund mit gemelter groſſen Welt-Laſt in gleicher Wage ſtehen/ ein Gewicht aber von 460 Pfund ſolche übertreffen. Die Ausrechnung wäre vorhergehender gantz gleich/ nemlich:

Das Vermögen der Schraube m iſt 100. und das Vermögen eines ieden der 10 Räder auch 100. welches alles in einander multipl. 10000000000000000000000 giebt/ mit ſolchen in gemelter Schwere des Erdbodens 459118 ꝛc. Pfund dividirt/ bringt 459 Pfund und etwas drüber vor die begehrte Schwere des Gewichts n.

Dergleichen Machinen ſprach Herr Geon ferner/ könten noch mehr angeführet/ und theoreticê remonſtriret werden/ wer aber ſolche nach behöriger Stärcke in natura verfertigen würde/ und aus was vor Materia ſelbige ſeyn müſten/ kan ich biß dato nicht begreiffen. Denn der einfache Hebel b d Fig. 131. ob er gleich von Eiſen oder Stahl 500 Elen dick und 100000 mal ſo lang als dick/ wäre doch noch viel zu ſchwach. Und eben dieſes ſey auch bey den vervielfältigten oder multiplicirten Hebel zu verſtehen. Gleichfals würde bey der dritten Art die Schraube m. von 500 biß 1000 Elen dick/ gegen ſolcher Laſt noch viel zu unvermöglich ſeyn/ in Summa es ſind Machinen, welche in Gedancken gar bald können gebauet/ auch theoreticè bewieſen/ hingegen aber unmöglich in der That gemachet werden/ er wolte die liebwerthe Compagnie mit dergleichen unnöthigen und groſſen ungeheuren Machinen nicht länger beunruhigen/ ſondern hiermit beſchlieſſen/ nicht zweifflende/ Herr Archt als ein Machinarius werde ihm Einwürffe genug machen. Herr Archt meinte/ dis könte gar leicht geſchehen/ wiewohl ihme dieſer Diſcours nichts deſto weniger wohlgefallen/ abſonderlich weil durch die Fig. 131. das fundament der Schnellwage/ (bey Hebung des Erdbodens mit den Hebel) gantz eigentlich beſchrieben worden/ er gedachte aber folgends: Daß Archimedes ſich nicht eben verobligiret die Welt oder Erdkugel in die Höhe zu heben/ oder niederzudrücken/ ſondern nur aus ihrer Stelle zu bewegen/ und dieſes verpflichtete ich mich wohl auch zu thun. Es ſolte ſich aber Herr Geon nicht entgegen ſeyn laſſen/ daß folgende Meinungen den Seinigen gantz entgegen/ weil in allen das Contrarium würde dargethan werden. Denn daß die Erdkugel ſo eine groſſe und faſt unbegreiffliche Schwere haben ſolte/ könte gantz in geringſten nicht ſeyn/ er wolte vielmehr beweiſen/ daß die gantze Erdkugel nicht ein eintziges Lot ſchwer/ wunderte ihm dahero nicht wenig/ wie faſt alle die jenigen ſo hißher von der Mechanica geſchrieben in denen Gedancken geſtanden/ als hätte Archimedes die Welt durch einen gewiſſen Rüſtzeug/ abſonderlich aber durch den Hebel bewegen wollen/ da doch Herr Geon albereit bewieſen/ daß keine Materia zu dergleichen Machina zulänglich. Die ſämtliche Geſellſchafft kunte kaum erwarten/ wohin Herr Archts ſeine Gedancken zielten/ inſonderheit Herr Novt der gar eines hitzigen Temperaments und albereit ſich ſo hoch verobligiret hatte/ die vorher gedachte Schwere des Erdbodens mit vertheidiren zu helffen/ wolte faſt ungeduldig werden/ daß er nicht alſobald hören ſolte/ wie doch der Erdboden zu bewegen wäre/ und vermeinte Herr Archt redete ſolches aus Schertz. Dieſer aber fuhr ferner fort/ und ſtellte vorhero etliche Betrachtungen für alß:

Die erſte Betrachtung Fig. 130.

Es iſt bekand/ daß wenn ein Corpus beweget wird/ ſolches entweder in die Höhe gehoben/ nieder gedruckt/ horizontal oder obliqvê (ſchräg nach der Seiten) geſchiehet. Zum Exempel/ die Zimmerleute ziehen die Balcken auf ein Hauß

gerad über sich in die Höhe. Sie drucken demselben auch wieder nieder/ um so viel der Balcken zu hoch auffgezogen worden/ endlich schieben sie solchen ferner entweder gerad oder schräg/ auf oder niederwarts fort/ biß selbiger an seine verordnete Stelle gebracht ist. Wer will aber eine von diesen Bewegungen bey den Erdboden behaupten/ ob solche über sich unter sich horizontal oder obliqvë geschehe/ gewiß! keines kan gesaget werden/ sondern es geschiehet alles zugleich/ es sey die Bewegung bey e d m b oder c.

Die andere Betrachtung Fig. 134.

Wenn 2 Corpora, als hier der Stein A und die steinerne Kugel B (iedes von 10 Centner oder 1000 Pfund schwer) beyde auf einer horizontalen Fläche liegen/ alß wird so wohl das Corpus A als auch die Kugel B perpendicular in die Höhe zu heben/ beyderseits gleiche Gewalt oder Stärcke/ nemlich zu ieden besonders eine Krafft oder Vermögen/ denen 10 Centnern oder 1000 Pfund gleich erfordert/ worzu wenigstens 5 starcker Männer Kräffte seyn müssen (ich rede aber alhier von der jenigen Krafft/ nemlich/ so viel ein Mann ohne ein brauchendes Instrument in die Höhe heben kan)

Die dritte Betrachtung Fig. 134.

Solte nun der Stein A und die Kugel B nach einer Seite (sey wohin es wolle) horizontal weggeschoben werden/ so würden den Stein A ohne Instrumenta fortzuschieben/ zum wenigsten 5 Mann ihre Kräffte insgesamt ziemlich dran strecken müssen/ da hingegen die Kugel B wohl ein klein Kind gar leichtlich fortstossen könte.

Anhang dieser Betrachtung.

Geometricè brauchet die Kugel fort zu waltzen nur die allergeringste und fast gar keine Krafft.

Die vierdte Betrachtung Fig. 135.

So beyde Corpora A und B iedes besondern an ein Seil C A oder D B 40 Elen lang in freyer Lufft schweben solten/ da würde so wohl das Corpus A als die Kugel B 1 Zoll seitwarts zu bewegen oder fortzuschieben eine Krafft oder Stärcke von etwas mehr als 1 Pfund erfordert/ welche Bewegung ohne sonderliche Mühe ein iedes kleines Kind gar leicht verrichten könte/ und wäre diese Bewegung mie iedermanns sehenden Augen gar wohl zu spühren/ die Ausrechnung geschiehet ohngefehr also:

40 Elen iede Ele zu 24 Zoll
wie 960 Zoll gegen 1 Zoll also 1000 Pfund gegen der (Krafft der Bewegung

komt 1 $\frac{1}{240}$ Pfund. Sey dahero

Die XXII Fürgabe

Wenn es möglich wäre/ daß die Erdkugel oder dergleichen Last/ wie bey vorhergehender 20 Fürgabe ausgerechnet worden/ an einen langen Seil von 1000000000000000000. Meilen lang (iede Meile zu 12000 Elen gerechnet) hienge. So ist gleichfals die Frage: waß vor eine Gewalt erfordert würde/ solche grosse Last 1 Zoll breit seitwarts zu bewegen. Antwort: etwas mehr als 1 $\frac{1}{2}$ Pfund

Nota, Die Ausrechnung ist vorhergehender gleich/ ferner sey auch

Die

Die XXIII Fürgabe

Gesetzt: daß ausserhalb des Erdbodens dem Archimedi eine horizontal-Fläche wäre gegeben worden / darauff die Erdkugel ruhete. So ist wieder die Frage: waß vor eine Stärcke oder Gewalt erfordert werde / solche seitwarts fortzuwaltzen: Antwort: (laut Anhangs vorhergehender 21. Fürgabe 3 Betrachtung) geometricè gar keine

Die XXIV Fürgabe

Weil aber die Erdkugel an nichts hanget / viel weniger auf etwas ruhet / sondern durch Gottes Allmacht gantz frey in der Lufft schwebet. So ist fernerweit die Frage: waß vor eine menschliche Krafft erfordert werde / solche zu bewegen Antwort: gar keine.

Hieraus / erzehlte Herr Archt ferner / ist verhoffentlich zu erkennen / daß der Erdboden oder die Erdkugel nicht die geringste Schwere hat / und also auch deren Bewegung keiner menschlichen Krafft oder Gewalt bedürfftig. Denn wenn gleich 100000 Archimedes beysammen wären / würden sie doch die Erdkugel in geringsten nicht bewegen können / ob ihnen gleich ausserhalb des Erdbodens ein fest Ort könte gegeben werden.

So unmöglich diese Bewegung nun ist / eben so wahrhafft ists auch / daß wenn gleich die Erdkugel durch menschliche Krafft 1 Meilweges weit fortgeschoben oder beweget würde / könte doch kein sterblicher Mensch auf Erden diese Bewegung weder mit den Augen mercken / ja nicht einmahl in Gedancken begreiffen.

Mitlerweil alß dieses vorgienge / hatten Herr Scart und Herr Stan einen kupffern Brenn-Spiegel zu Gesichte bekommen / welcher in Herr Archt seinen Zimmer stunde / und nur vor weniger Zeit verfertiget war / fragten Ihm derohalben / waß dessen Würckung wäre. Herr Archt wolte ihnen gerne willfahren / sagte aber daß solcher noch nicht probiret worden / und weil es albereit spat / alß ersuchte er die sämtliche liebwerthe Compagnie biß morgenden Toges sich zu gedulden / da könte alles ocularitèr præstiret werden / insonderheit aber würde Herr Stan sich nicht zu wieder seyn lassen / die Proba in seiner Behausung abzulegen / weil dessen Observatorium hierzu am bequemsten. Dieser war höchlich erfreuet / die Ehre zu haben sie sämtlich in seiner Wohnung zu bedienen / schieden dahero mit diesen Entschluß biß dahin / vor dißmal alle wieder von einander.

Es hatte die finstere Nacht kaum ihre Endschafft erreichet / da Herr Stan sich an der hervorblickenden Morgenröthe delectirte / und gute Hoffnung empfing / daß dieser Tag der sämtlichen Gesellschafft überaus wohl würde zu statten kommen / bey ihrer angestellten Observation der Sonnen lieblichen Schein zu geniessen / absonderlich weil Herr Scart mit seinen Brenn-Spiegel die Proba ablegen wolte. Herr Novt hatte fast die gantze Nacht nicht ruhen können / und allerhand speculationes des Brenn-Spiegels wegen gehabt / weiln er gewohnet war alles (ob er solches gleich noch nicht gesehen) alsbald nach seiner eigenen Phantasia zu verbessern / und doch mehrentheils hernach in der That erst den Feh-

ler gewahr wurde / Dieser: nachdem die Sonne ein paar Stunden übern Horizont gelauffen / verfügte sich zu Herr Geon, und dann beyde hernach in weniger Zeit zu Herr Stanen, welchen sie in seiner Behausung schon parat funden / bald nach diesen stellte sich Herr Scart gleichfals ein / erwarteten also nur noch Herr Archten mit seinem Brenn-Spiegel / der indessen zu Hause fleißig war / solchen Spiegel auffs helleste und reineste zu polieren / weil dieses zu seinen Effect ein ziemliches contribuiren würde. Mitlerweile geriethen die anwesende Herren auf allerhand Discourse, und war der Anfang

Die fünffte Frage Von Brenn-Spiegeln.

EIgensonderheit wolte Herr Stan sich nicht bereden lassen / daß Archimedes zu Syracusa in Sicilien denen Feinden die Schiffe mit Brenn-Spiegeln angezündet / denn sagte er: wäre dieses practicable gewesen / so würde solches nicht leicht in Vergessenheit gestellet / sondern vielmehr biß dato noch im Gebrauch seyn. Herr Scart opponirte ihme / daß solches zum wenigsten nicht unmöglich / auch ietziger Zeit so gar unbekand nicht wäre / denn es hätte die Situation der Stadt Syracusa hierzu viel contribuiren können / sintemal selbige nur 37 Grad latitudinis habe / daß also der Sonnenschein alda weit penetranter als hier zu Lande / über dis die Lufft absonderlich zur Sommers-Zeit mehrentheils rein und heiter / welches gleichfals ein grosses beytragen mögen / item: daß Archimedes ein sonderlich accurater Mechanicus oder vielmehr Machinarius gewesen / und wo nicht vor sich selbst / doch zum wenigsten vom König Hiero an Unkosten Vorschuß gnug haben können seine Machinen auszuarbeiten. Dis wolte Herr Stanen noch nicht contentiren / sondern wandte ein: Der Brenn-Spiegel müste entweder einer ungemeinen Grösse gewesen seyn / oder Archimedes hätte sich einer gantz andern Art hierinne bedienet / als man dieser Zeit præsumirte. Herr Novt hatte biß daher mit sonderlicher Gedult zugehöret / kunte sich also nicht länger halten / sondern sprach: und wenn auch Archimedes solches nicht zu thun vermocht / so wolte er das jenige doch præstiren / und einen Spiegel zubereiten / der über 1000 Schuh weit anzünden solte / gienge auch gleich die eine Manier nicht an / so wäre schon die andere und dritte parat, es solte sich dahero die sämtliche Compagnie nur so lange gedulden / biß Herr Archt mit seinen Brenn-Spiegel ankäme / da wolte er alsobald eine Probe thun / und so dann hernach in allen gnugsame satisfaction verschaffen. Sie hielten sämtlich an / Herr Novt solte seine Meinung etwas deutlicher erklären / absonderlich Herr Scart welcher Herr Stanen gerne befriedigen wolte / aber diß mal war weiter bey ihme nichts zu erhalten / biß unverhofft Herr Archt eben zu rechter Zeit ins Zimmer eintrat / und seinen Brenn-Spiegel schon an behörigen Ort anschaffen lassen / dahero wurde dieser Discours ein wenig beyseit gesetzet / weil der Mittag albereit herbey nahete / und die Sonne ihre Strahlen gantz anmuthig blicken liesse / resolvirten demnach insgesamt erstlich den würcklichen Effect anzusehen / und so dann selbige Materiam weiter zu continuiren war also

Die

Die I Fürgabe

Von des Brenn-Spiegels Effect oder Würckung Fig. 136.

Dessen Materia war Kupffer/ und hielte der gantze Spiegel im Diametro a b. 2½ Elen/ oder 90 Zoll. Jngleichen war die Distanz des Brenn-Puncts c d. nemlich von der platten Fläche des Spiegels (c.) biß zum Brenn-Punct (d.) 50 Zoll. Der Herd oder der Brenn-Punct d aber/ ohngefehr übern Diameter nicht gar ½ Zoll. Dieser Brenn-Spiegel wurde gegen die Sonne gestellt/ und indem Herr Archt beschäfftiget/ des Spiegels kleine Zubehörungen in Ordnung zu legen/ betrachtete Herr Novt indessen solchen mit sonderbahrer Verwunderung/ rückte und drehete selbigen bald zur rechten bald zur lincken/ biß er unverhofft seinen Ermel lichter lohe brennen sahe/ (mit welchen er den Brenn-Punct ohngefehr zu nahe kommen) darüber der gute Herr Novt nicht wenig erschrack/ daß sein Kleid die erste Probe ablegen solte/ es mangelte auch nicht viel/ er wäre aus Ungeduld bald gar davon gelauffen/ so ihme nicht die sämtliche Compagnie besänfftiget hätte. Jnzwischen war Herr Archt fertig/ und versuchte etliche Proben zu thun/ als: Mit Pulver/ da war nun zwischen Pulver und Feuer kein Unterscheid zu spühren/ in Summa, wenn das Pulver den Brenn-Punct nur berühren wolte/ war solches auch schon in der Lufft.

Das Holtz/ Pappier/ Leinwand/ und andere dergleichen Materien/ wurden in momento verzehret. Bley/ Zinn/ und andere weiche Metalla alsobald zerschmoltzen/ härtere aber/ als Silber/ Meßing/ Eisen/ Stahl und andere dergleichen in etlichen Secunden. Allerhand Steine/ als Ziegelstein/ Marmorstein/ Stücklein von Schmeltz-Tiegeln wurden in kurtzer Zeit zerschmeltzet und verglaßuret. in Summa, es war nichts zu finden/ daß diesem Feuer wiederstehen kunte. Mangelte also nur Herr Novtens Probe Fig. 137. dieser war auff die Gedancken gerathen/ es hätte Archimedes den gemeinen Spiegel B. den Brenn-Spiegel A im Brenn-Punct entgegen gehalten/ und damit den Brenn-Strahl B C. nach Belieben an unterschiedliche Oerter getragen/ welche Einbildung bey ihme so fest eingewurtzelt/ daß er solches als ein sonderlich Arcanum niemands offenbaret/ sondern dismal augenscheinlich grosse Ehre einlegen wolte/ wischte demnach mit einem kleinen Spiegel/ so ohngefehr einer Hand groß/ hervor/ und hielte solchen den Brenn-Punct entgegen/ aber da war der geringste Effect nicht zu spühren/ und wie vormals der Ermel verbrand/ muste dismal auch der Spiegel dran/ hiermit war die schöne Probe bewiesen. Sie fiengen sämtlich an zu lachen und sprachen: wenn seine gethane Offerten, nemlich Spiegel zu bereiten/ die auf 1000 Schuch weit anzündeten/ aus eben dergleichen Principiis herrühreten/ so würde er schlecht bestehen. Herr Novt entschuldigte seine Proben so gut er kunte/ und verhoffte mit den folgenden sich besser als bißhero geschehen/ zu legitimiren/ ersuchte demnach sämtliche Anwesende/ vorhero erstlich die Streit-Frage zu erörtern/ nemlich:

Ob das Circul-Segment, oder die Linie Parabolica zum Schnit der Brenn-Spiegel am dienlichsten sey.

Dis wurde acceptirt/ iedoch/ weil gleich Herr Stanens Diener sie sämtlich zur Mittags-Mahlzeit ersuchte/ biß dahin ausgesetzet. Nur bate Herr Geon, daß er Herr Novtens abgelegte Probe etwas deutlicher noch untersuchen möchte

(indem er sich mitlerzeit einen Spiegel hohlen lassen) hielte demnach (Fig. 138.) den gemeinen Spiegel D den Brenn-Spiegel A entgegen / iedoch nicht gar zum Brenn-Punct / und befande / daß allezeit D E. das Complement zu A D war. Dem Effect des reflectirten Brenn-Puncts E. aber / befande er um ein ziemliches geringer / als ohne reflex.

Nach diesen verfügten sie sich zur Mahlzeit/bey deren Endigung Herr Archt ersuchet wurde / Herr Novten seiner Frage satisfaction zu thun/er nahm solches willig an / und machte

Die II Fürgabe Fig. 139.

Von Eigenschafft der reflex-Strahlen / derer Spiegel.

Der angulus incidentiæ ist gleich dem angulo reflexionis, so wohl in flachen-runden ein-und ausgebogenen Spiegeln / welches Euclides in seiner Catoptrica prima beweiset / zum Exempel. a b c. sey die Fläche des Spiegels/ und darauf die perpendicular b d. gestellt. e b. sey die Linie-oder Strahl der Einfallung/ diesemnach ist b f der reflex-oder Gegen-Strahl. Daraus folgt / daß der angulus incidentiæ oder Einfallungs-Winckel e b d. dem angulo reflexionis oder Gegenstrahlungs-Winckel d b f gleich sey. ferner war

Die III Fürgabe Fig. 140.

Von Circul-Segment oder Circul-Schnit.

Daß etliche behaupten wollen / der Circul-Schnit wäre zur Brenn-Linie dienlicher als die Linea Parabolica ist falsch/ich sage vielmehr/ daß der Circul-Schnit weiter nichts vermag / ausser um so viel selbiger der Lineæ Parabolicæ einiger maassen gleich wird. Solches zu beweisen / sey gezogen der halbe Circul-Bogen w x z. daran sind die parallel-Linien a. a. a. a &c. die Einfallungs-oder Sonnen-Strahlen / ingleichen sind alle Semidiametri des Circul-Bogens (aus b. gezogen) perpendicular-Linien. Die gröste Hitze des Brenn-Puncts wird seyn bey c. So ist nun augenscheinlich zu sehen / daß beyde reflex-Linien oder Strahlen d e. und f g. schon ziemlicher maaßen von Brenn-Punct c abweichen / nnd können also wenig zur Hitze contribuiren. Beyde q r. und s t. decliniren noch weiter / welche nebst den folgenden h i und k l. absonderlich aber m n. und o p. gar nichts præstiren. Dahero dann folgt / daß das Circul-Segment u x y (welches ohngefehr der vierte Theil der gantzen Circumferenz des halben Circul-Bogens) das Seinige noch thun möge / alles übrige aber ohne Effect ist.

Die IV Fürgabe Fig. 141.

Von der Linea Parabolica.

Nun sey auch (mit vorhergehenden halben Circul-Bogen gleicher Höhe und Breite) eine Paraboliſche Linie a b f h k. gezogen / daran sind d d d d. &c. die parallel-Linien oder Sonnen-Strahlen / die Linien a e. b c. f g. h i und k l. aber die jenigen / welche die Paraboliſche Linie in denen Puncten a b f h k berühren. Ferner a m. b n. f o. h p und k q. die perpendicular-Linien. Diesen nach kommen die reflex-Strahlen bey r alle in einen Punct zusammen. Worauff so dann leicht der Schluß zu machen. daß kein einiger anderer Schnit zum Brenn-Spiegeln dienlicher / als der jenige / welcher nach der

Li-

Linea Parabolica gemachet worden: Und hiermit wolte Herr Archt seinen Discours beschliessen / aber die sämtliche Gesellschafft ersuchte ihn vielmehr noch in etwas zu continuiren / denn sie möchten auch gerne wissen / auf was Ars die Paraboliſche Linie wohl am füglichſten auffzureiſſen / item was deren gründlicher Beweiß und Unterscheid gegen dem Circulſchnit wäre. Herr Archt entschuldigte sich dismal und sprach: Die Meinung war / meinen Brenn-Spiegel accurat nach der Linea Parabolica ausarbeiten zu lassen / alleine ich sehe hierbey / wie der Mensch auch durch seinen gröſten Fleiß dennoch unvermerckte Fehler begehen müsse. Denn wenn die Paraboliſche Linie recht scharff getroffen worden / so müste der Herd oder Brenn-Punct weit kleiner / und also das Feuer noch penetranter seyn / befürchtete dahero / es möchte der theoretiſche Beweiß mit der That nicht übereintreffen / und über dis hätte er / bey Verfertigung seines Brenn-Spiegels / Herr Geonen zum assistenten gehabt / welcher hiervon vielleicht bessere Nachricht geben könte. Bey so gestalten Sachen kam die Reihe an Herr Geon, von diesem geschahe

Die V Fürgabe Fig. 142. 143. 144 und 145.

Wie die Linea Parabolica auffzureiſſen.

Dis ist auf vielerhand Arten zu verrichten / als:

Erstlich durch Hülffe der Tabella Fig. 142. Dieser Tabella fundament und Ausrechnung bestehet darinne / nemlich da Archimedes in seinem Buch von der Parabel-Vierung / durch die 5 Propoſition folgendes bewieſen.

Fig. 143. Stelle auf die Chordam a c, der Paraboliceæ a b c. die perpendicular-Linie a e. 4mal so hoch als b d. und ziehe e c, so wird die Linie e c die jenige seyn / welche die Parabolicam in c berühret. Ferner stelle auf a c nach Belieben die perpendicular-Linie g i, so wird diese Linie g i durch die Paraboliceam bey h. in gleicher Verhältnüs zertheilet werden / also: daß wie sich g h gegen h i verhält / also wird sich auch a g gegen g c verhalten. Diesen nach ist die Ausrechnung gemelter Tabella Fig. 142. auf solche Art geschehen / nemlich: Chorda a c, sey getheilet in 256 gleiche partes, so wird a d (als die Helffte a c.) 128 dergleichen Theile halten. Sagittæ b d seyn zugeeignet 1000 gleiche Theile / dahero wird a e 4000 dergleichen Theile haben. Wie sich nun a c 256 gegen a e 4000 verhält / also wird sich auch c g 255 (Nota, a g sol hier Exempels weise 1 Theil von denen 256 Theilen a c halten) gegen g i verhalten / komt diesen nach vor g i $3984\frac{4}{8}$ Theile. Ferner wie sich a c 256. gegen a g. 1 verhält / also wird sich gleichfals g i $3984\frac{4}{8}$ gegen h g verhalten / diesen nach komt vor die erste perpendicular g h, ohngefehr $15\frac{5}{10}$. Und auf solche Art ist auch mit denen übrigen perpendicular-Linien verfahren worden.

Der Gebrauch dieser Tabella ist sehr leicht. Zum Exempel Fig. 144. solte eine Paraboliſche Linie auffgeriſſen werden / deren Chorda die Länge a b. Sagitta aber c d sey / als thue also: Fig. 145. theile Sagittam c d nach decimal-Art in 10. 100. oder 1000 gleiche Theile / (wie bey Lit. A. B und C zu sehen.) Hernach die Länge c d mitten auf a b, als hier in e rechtwincklicht gestellt / (dis ist e f) alsdann a e und e b, iedes in 128, oder 64. 32. 16 ꝛc. gleiche Theil getheilet (nachdem die Parabel-Linie groß oder genau sol auffgeriſſen werden) auf solche Theile stelle perpendicular-Linien (oder ziehe alle Linien mit e f, parallel) Letzlich wird iede Länge derer perpendicularen nach Ausweisung der Tabella Fig. 142. durch Hülffe einer Scalen (der vorhergemelten A, B, oder C,) abgenom-

nommen / und an behörigen Ort getragen / wie solches alles aus der Fig. 144. klärlicher kan gesehen als beschrieben werden / alwo a e und e b iedes in 8 gleiche Theil getheilet / und die perpendicularen aus der Tabella Fig. 142 (was unter 8 begriffen) sind abgetragen worden.

Aus dieser einigen Linea Parabolica können so dann unendliche andere bereitet werden / nemlich: Man darff nur die perpendicularen in gleicher proportion vergrössern oder erkleinern / dergleichen hier geschehen durch die Parabolicam a g b. da iede perpendicular um den dritten Theil grösser gemachet worden. item, bey der Parabolica a h b, ist iede perpendicular nur an Grösse der vierte Theil derer perpendicular-Linien / welche zu der Parabel-Linie a g b gehören.

Herr Geon erzehlte ferner / wie man außer itzt gemeldten noch vielerhand Arten fingiren könte / die Lineam parabolicam so wohl geometricè (ihren Puncten nach) als auch mechanicè auffzureissen / diese aber hier anzuführen / würde nur Weitläufftigkeit verursachen / iedoch solches nicht gar zu übergehen wäre

Die VI Fürgabe Fig. 146.

Wie die Linea parabolica auf eine andere Manier geometricè (denen Puncten nach) auffzureissen.

Man nehme nach Belieben Chordam t h. und Sagittam g i. und theile g i in etliche gleiche Theile / auch nach gut Befinden / als hier geschehen in 10 gleiche Theile / ferner stelle auff solche Theile perpendicular-Linien. Nun ist zu wissen / daß die Längen dieser perpendicular-Linien in einer steten addirten Arithmetischen Progression stehen / deren erster Terminus 1. die differenz aber alwege 2 thut (nemlich: 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.) Daß also die perpendicular f, 19 Theile / r 36 Theile (nemlich 19 und 17 zusammen) q. 51 Theile / (nemlich 19. 17 und 15 zusammen) dahero p. 64 o. 75. n. 84. m. 91. l. 96. k. 99. und g i gleich 100 Theile macht. Wird nun (wie bey vorhergehender fig. 145. mit c d geschehen) g i in 100 gleiche Theile getheilet / so kan alsdann iede Länge der perpendicularen gar leicht davon abgetragen werden. Man kan auch die perpendicular-Linien auf die andere Seite zugleich mit auffitragen. Und dieses ist eine general-oder allgemeine Regul / Paraboliſche Linien nach Begehren auffzureissen.

Herr Archt lobte diese Manier / und hielte solche vor noch bequemer / als vorhergehende / Herr Geon sagte / daß sie beyde einerley / und aus gleichen fundamenten herrührten / man könte auch gar leicht noch mehr Arten fingiren / davon er noch eine anführen wolte durch

Die VII Fürgabe Fig. 147.

Wie die Linea Parabolica noch auf eine andere Art geometricè (denen Puncten nach) auffzureißen.

Man nimt gleichfalls a b und c d nach Belieben / und theilet c b in etliche gleiche Theil als hier in 8 Theil. Nun diese 8 Theile qvadrirt / so kommen 64 Theile vor die perpendicular c d. hiervon subtrahire nach einander / die bey vorhergehender 6 Fürgabe gemeldte arithmetische Progression 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. nemlich 1 von 64. bleibt 63 Theile vor die perpendicular e. von 63 subtrahire 3. komt 60 Theile vor die perpendicular f. von den letztern 60 Theilen subtrahire wieder 5. restirt 55 Theile vor g. und so fort. Herr Geon hätte noch mehrere

Arten

Arten angeführet / wolte aber die Mechanische Manieren die paraboliſche Linie auffzureiſſen Herr Archten überlaſſen. Dieſer verſprach mit der Zeit auch zu willfahren / inmittelſt fuhr Herr Geon weiter fort / und war

Die VIII Fürgabe / Fig. 148. und 149.
Wie der Brenn-Punct der Circul-Linie zu finden / und zu beweiſen wo ſolcher Brenn-Punct ſeinen Ort habe.

Ich ſage / daß Fig. 149 ein hohler Spiegel nach den halben Circul-Bogen w x z zubereitet / ſeinen ſpitzigſten Theil oder Ort des Brenn-Puncts haben wird / in der Helffte b x bey c. iedoch nicht gar / ſondern etwas oberhalb c gegen x zu. Und könte hier faſt eben das jenige geſaget werden / was dort Euclides in der 16 Propoſition ſeines 3 Buchs bewieſen / nemlich: Fig. 148. Wenn außerhalb eines Circuls d h p eine gerade Linie o e gezogen wird / die den Circul in p berühret / ſo ſey der Winckel h p e kleiner als ein ieder recht liniſcher Winckel / in Gegentheil aber der Winckel d p h auch gröſſer als irgend ein recht liniſcher ſcharffer Winckel. Alſo hier gleichfals Fig. 149. kan der reflex-Strahl f g. (des kleinſten reflex-Winckels b f g. ſo zu machen wäre /) dennoch die Helffte c nicht gar erreichen / und dahero viel weniger unterhalb c (als zum Exempel bey n) durch b x ſtreichen / Derowegen iſt das Spatium t c des kleinſten reflex-Winckels f t x auch kleiner als eine iede fürgegebene Länge oder Breite. Denn albereit bey vorhergehender Fig. 140. bewieſen worden /. daß daſelbſt der reflex-Strahl h i dem Mittel c näher als der reflex Strahl m n, ferner q r näher als h i, desgleichen d e näher als q r, und die noch nähere reflex-Strahlen der Helffte c immerfort näher / hingegen aber niemals drunter kommen.

Derohalben zu beweiſen Fig. 149.
Daß der nechſte reflex-Strahl bey x nicht unter c kommen könne.

Setze erſtlich / wann es möglich wäre / daß der reflex-Strahl f g, die b x. unter deren Helffte bey n durchſchnitte / als ſey gezogen a t. parallel mit b x. Weiln nun b f die perpendicular des halben Circul-Bogens iſt / ſo wird der angulus reflexus b f g gleich ſeyn dem angulo incidentiæ a f b, oder (welches gleich viel iſt) dem Winckel f b x. Es iſt aber laut der 7 Propoſition des 3 Buchs Euclidis c t. länger als c x oder b c, darum wird nach der 18 Prop. des 1 Buchs der Winckel c f b kleiner ſeyn / als der Winckel f b c, oder f b x. Weiln dann der Winckel n f b noch kleiner als der Winckel c f b, ſo wird um ſo viel mehr dieſer Winckel n f b oder b f g auch kleiner ſeyn / als der Winckel f b c, oder f b x, oder a f b. welche Winckel doch anfangs gleich geſetzet worden.

Dahero folgt zum Schluß / daß kein reflex-Strahl f g, die Linie b x unter deren Helffte c, bey n durchſtreichen könne.

Zum andern / kan der reflex-Strahl auch nicht durch die Helffte bey c ſtreichen / weil c f allezeit länger als c x oder b c. (laut der 7 Prop. des 3 Buchs Eucl.) und alſo der Winckel f b c iederzeit gröſſer als der Winckel f b c ſeyn wird.

Drittens nehme man abermahl oberhalb c. ſo nahe als möglich den Punct t. dieſemnach wird f t. allezeit kleiner als b t. und dahero (laut der 18 Prop. des 1. Buchs Eucl.) der Winckel b f t. auch gröſſer als der Winckel f b t ſeyn. Folgt alſo wiederum / daß f t nicht biß c, noch viel weniger aber darunter reichen könne.

Anhang

Ein iedes Glaß oder Cristall / so auf beyden Seiten convex nach den Circul-Bogen w f x z ausgearbeitet wird / hat seinen Brenn-Punc bey b. als dem Centro des Circuls.

Die IX Fürgabe Fig. 150. und 151.

Wie der Lineæ Parabolicæ ihr Brenn-Punct zu finden / auch zu beweisen wo solcher Brenn-Punct seinen Sitz oder Ort habe.

Der Paraboliſchen Linie ihr Brenn-Punct wird also gefunden Fig. 150. Gesetzt bey der Linea Parabolica a b c hielte die Chorda a c 48. und die Sagitta b d 5.

So sage also:

Wie sich Sagitta b d 5. gegen die halbe Chordam a d. oder d c 24 verhält / also wird sich der achte Theil der Chordæ a c nemlich 6 zu der Distanz b e verhalten / diesen nach komt 28. $\frac{4}{5}$ vor b e. hiervon b d. abgezogen / restirt 23 $\frac{4}{5}$ vor d e. und ist dahero der Ort e der begehrte Brenn-Punct.

Beweiß Fig. 151.

Dis kan am bequemsten durch Hülffe der Zahlen auf folgende Art geschehen. Man mache einen gleichseitigen Triangel k h l, iede Seite sey 40 lang / und theile k l in 2 gleiche Theil bey i, ferner k i wieder in 2 gleiche Theil bey g. Alsdann die Paraboliſche Linie f g h formiret / so sage ich: daß der Brenn-Punct dieser Paraboliſchen Linie l sey / auch die Distanz g l. vorbergemeldte proportion habe / nemlich: wie g i sich gegen i h verhält / also wird sich der achte Theil von f h gegen g l verhalten.

Erklärung

Weil k g der g i gleich / so folgt / daß die Linie k h die Parabolicam in h berühret / (welches durch vorhergehende 5 Fürgabe erwiesen) Ferner sey gegeben h m parallel mit k n, und der Winckel l h m sey halb zertheilt durch h n. Aus diesen allen wird bekand / daß die Winckel k h i, i h l, l h n und n h m ieder insonderheit 30 Grad halte / auch stehet h n recht wincklicht auf k h (weil der Winckel k h n 90 Grad hält) Dahero ist der angulus incidentiæ m h n, gleich dem angulo reflexionis n h l, und also l. der Brenn-Punct. Weiter ist g i. 10. i l 20. l k 40. komt vor i h $\sqrt{1200}$ und g l 30. Wie sich nun g i 10. zu i h $\sqrt{1200}$ verhält / also wird sich auch der achte Theil von f h $\sqrt{75}$. gegen g l verhalten / und diesen nach komt $\sqrt{900}$ vor g l, welches gleich 30 wie begehrt.

Oder in gemeinen Zahlen

wie g i. 10, gegen i h 34 $\frac{641}{1000}$ also der achte Theil f h 8 $\frac{66}{100}$ gegen g l.

komt auch 30. bey nahe / vor g l.

Herr Geon erinnerte ferner daß die Distanz des Brenn-Puncts auch noch auf eine andere Manier könte gefunden werden also: Fig. 150.

Qvadrire die halbe Chordam d c thut 576. dis Qvadrat durch Sagittam b d 5. dividiret giebt 115 $\frac{1}{5}$ dessen vierter Theil bringt 28 $\frac{4}{5}$ vor b e die verlangte Distanz des Brenn-Puncts.

Numehro wurde Herr Novt seines gethanen Versprechens erinnert / dieser hatte Herr Geonen mit sonderbahren vergnügen zugehöret und sprach: Weil mir solcher Beweiß wegen der Paraboliſchen Linie trefflich zu statten kommet / so

wiß

wil ich auch in alle Ewigkeit darbey bleiben / und bin dahero schon gewiß / daß mein Spiegel wohl mehr als 1000 Schuch weit brennen soll / sey demnach

Die X Fürgabe Fig. 152.

Wie ein hohler Spiegel oder Brenn-Glaß zu machen / so auf 500. oder 1000 Schuch weit anzünden kan.

Gesetzt an einen hohlen Brenn-Spiegel halte Sagitta $\frac{1}{4}$ Zoll / das ist $\frac{1}{48}$ Schuch / so sage laut vorhergehender 10 Fürgabe hier rückwarts. **Die Distanz des Brenn-Puncts 4mal mit Sagittam multiplicirt giebt das Qvadrat der halben Chordæ.** nemlich 500 Schuch 4mal thut 2000 Schuch / dis mit $\frac{1}{4}$ Zoll / oder $\frac{1}{48}$ Schuch multiplicirt giebt $41\frac{2}{3}$ Schuch / hieraus die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / bringt $6\frac{45}{100}$ Schuch vor die halbe **Chordam**, dis doppelt thut $12\frac{9}{10}$ Schuch oder $6\frac{45}{100}$ Elen vor die gantze **Chordam** des hohlen Brenn-Spiegels / welcher auf 500 Schuch weit anzünden würde. Wäre es aber ein Glaß oder Cristal / das auf beyden Seiten **convex**, und a b gemeldte $6\frac{45}{100}$ Elen / c d aber $\frac{1}{2}$ Zoll hielte / so würde solches Brenn-Glaß / oder ein iedes nach diesen **Segment accurat** ausgearbeitet / biß 1000 Schuch und weiter anzünden / und mit dergleichen Glaß könten grosse Dinge verrichtet werden / als:

Vors erste könten die Belagerten in einer Stadt denen Feinden ihre **Batterien, Palisaden**, Blendungen und andere Wercke / ja die Soldaten selbst verbrennen und **ruiniren** (gleichwie **Archimedes** gethan hätte) Im Gegentheil könten auch die Belägerer die Belägerten hierdurch zwingen / den Ort alsobald auffzugeben / wolten sie anders ihre Häuser nicht so gleich in der Flamme sehen.

Zum andern / wäre solch Glaß noch besser bey einer See-Schlacht oder Treffen zu gebrauchen / dürffte bey dergleichen Beschaffenheit auch nur einer kleinern Gattung seyn / weil die Schiffe offtmals sehr nahe zusammen kämen.

Drittens bey einer Schlacht oder Treffen zu Lande wären rechte Wunder damit zu thun / denn wo man solchen Brenn-Spiegel nur hinrichtete / würde alles versenget und verbrennet werden. Herr **Novt** wolte noch mehr dergleichen schöne Sachen erzehlen / aber alle anwesende hatten vor dismal hieran genug / und antwortete ihm Herr **Archt** also:

Ich habe mir gleichfals mit solchen Gedancken albereit vorlängst **flattiret** / wenn nur der Nutzen die Unkosten bezahlen wolte / denn alles gedachte damit zu verrichten / wäre zwar wohl etwas seltzames / und hätte sich bey **Archimedis** Zeiten vielleicht noch einiger maassen **practiciren** lassen / aber itzt würde man mit einer **Canon** oder auch nur mit einem **Doppelhacken** dieser **Machinæ** den **Effect** bald legen / es sind auch die Stücken und Feuer-Mörsel weit besser beständiger und kräfftiger solches zu vollbringen / denn diese könten überall hingebracht / gestellet / und damit geschossen / geworffen / und angezündet werden / wo es nur sey / welches alles mit dem Brenn-Spiegel gantz nicht angienge / sintemal solcher nicht allein stets in der Höhe / gantz frey / und in gewisser abgemessener Weite von der anzündenten **Materia**, sondern auch hellen Sonnenschein haben / und allezeit sich nach der Sonnen-Lauff richten müste / **in Summa**, die Umbstände litten gar nicht / daß etwas fruchtbarlichs in dergleichen zu bewerckstelligen. Es ist auch sehr zweifelhafft ein solches Glaß auszuarbeiten / denn man bedencke nur / waß die Helffte c d nemlich $\frac{1}{4}$ Zoll gegen a b. $6\frac{45}{100}$ Elen oder $154\frac{8}{10}$ Zoll / vor eine **proportion** habe / woraus gar leicht zu schliessen / daß bey nahe unmöglich dergleichen Glaß

zu verfertigen / Gesetzt auch / daß solches aufs beste geschehe. So ist dann die Frage: zu welcher Zeit man damit anzünden sol / früh bey der Sonnen Auffgang / oder zu Mittag / oder zu Abend bey deren Niedergang / denn ich befürchte / wenn die Lufft voller Dünste und Nebel (welches gemeiniglich Morgen und Abends geschiehet) daß sich die Strahlen des Brenn-Spiegels in so weiter Distanz von 1000 Schuhen trefflich entkräfften werden. Herr Novt meinte es brauchte kein Disputirens / daß der Effect des Brenn-Spiegels um die Mittags-Zeit ohnfehlbar weit kräfftiger als frühe oder des Abends / derohalben müste solche Anzündung auch nothwendig um Mittags-Zeit geschehen. Herr Archt billigte ihm solches durch

Die XI Fürgabe Fig. 153. und 154.

Wie mit vorhergemeldten Brenn-Glaß auf 1000 Schuch weit anzuzünden.

Wir wollen setzen / (Fig. 153) daß wenn die Sonne nach dem Winckel b a c, 45 Grad übern Horizont a c erhaben (wiewohl sie nach Dreßdner Elevationem Poli in längsten Tagen mehr als 62 Grad hoch zu Mittag übern Horizont auffsteiget) und man wolte mit solchen Glaß etwas anzünden / so müste auch ohne Zweifel das Brenn-Glaß b. übern Horizont der anbrennenden Materie a. biß 1000 Schuch oder 500 Elen hoch (b c) erhoben seyn. Dahero wenn die Gegend oder Situation gleich und eben / würde zum wenigsten ein Thurm oder andere Höhe b c von 500 Elen hoch erfordert / daß Brenn-Glaß drauff zu stellen. Liefe aber die Sonne noch mehr als 45 Grad übern Horizont, so würde auch noch eine grössere Höhe erfordert / und über dis alles könte man doch an keinen eintzigen andern Ort anzünden / als nur daselbst / wo die Durchstrahlung b a hinfiele. So wenig nun einiger Thurm von dergleichen geschweige grössern Höhe wohl auf der gantzen Welt nicht zu finden / eben so wenig und gar nichts würde mit dieser Machina können ausgerichtet werden. Ob er auch gleich Fig. 154 einwenden möchte / dis könte von einem Thurm / so auf einen Berg stünde geschehen. Nun läst sich dieses zwar als wohl möglich einiger maassen ansehen / und glaube selbst / weil die Stadt Syracusa in Sicilien hart an Meer lieget / und der Zonæ torridæ ziemlich nahe / auch die Lufft alda stets heiter / dahero der Sonnen-Strahlen daselbst weit penetranter als hier zu Lande / daß Archimedes seine Machinam nicht weit von Meer auf einen solchen Thurm gehabt habe / und von dar zu gelegener Zeit die Schiffe in Brand gebracht. Wer wolte aber dergleichen hier zu Lande / oder zu itzigen Zeiten effectuiren / man würde gewißlich die Machinam mit einen Doppelhacken bald zu nichte machen.

Herr Novt wurde ungeduldig / und wolte sich schlechter Dings nicht so gleich abweisen lassen / sondern war schon mit etwas anders parat, denn weil Archimedes dazumal den Feinden die Schiffe angezündet / so müste es auch noch itzt angehen / durch

Die XII Fürgabe Fig. 155.

Wie auf eine andere Manier durch Hülffe der Sonnen-Strahlen biß 1000 Schuch weit anzuzünden.

Er wolte eine ziemliche Anzahl Spiegel b b b b &c. nehmen / und selbige also disponiren / daß die reflex-Strahlen aller Spiegel sämtlich in einen Punct zusammen kämen / denn dieses hätte Kircherus mit 5 Spiegeln probiret / und die Wärme über 100 Schuch weit empfunden. Derohalben wenn ein 80 biß 100 und mehr Spiegel auf solche Art recht appliciret würden / sie solten gewiß viel weiter als auf 1000 Schuch anzünden / und darwieder solte Herr Archt wohl schwerlich was auffbringen. Aber

Herr

Herr Archt wolte dieses eben so wenig als das vorhergehende billigen / es käme auf die Proba an / da würde er gewiß wanns aufs höchste kommen solte / gleichwie Kircherus, wohl etwas Wärme / aber kein Feuer empfinden / wenn man auch schon 200 Spiegel auffs beste ordnete / würden selbige doch schwerlich in so grosser Weite der 1000 Schuch etwas anzünden. Und gesetzt / daß solche auch etwas anzünden möchten / so wären doch eben die jenigen incommoditäten darbey / deren albereit beym Brenn-Glaß gemeldet worden / weiln er nun sehe / daß Herr Novt so gar curieus in dieser Materia / alß solte er ihm doch erörtern

Die XIII Fürgabe
Fig. 156.
Ein Glaß oder andere Materia also zu bereiten / welches sich selbst zerschmeltzt.

Herr Novt kunte hierauf keine Antwort geben / darum erklärte sie Herr Archt also: Man formire eine Paraboliſche Linie a e b f c. deren Brenn-Punct ist d. Wenn nun ein hohler Brenn Spiegel nach solcher Paraboliſchen Linie a e b f c ausgearbeitet / hernach das Stück e b f abgeschnitten / und dargegen ein gleicher Boden e f angesetzet wird / so muß nothwendig dessen Materia / oder dieser Brenn-Spiegel / wenn selbiger gegen die Sonne gerichtet wird / sich selbst zerschmeltzen.

Inzwischen hatten die andern anwesende Herren allerhand Discourse unter einander angefangen / absonderlich betrachteten sie etliche Grund-Risse unterschiedlicher Vestungen / welche Herr Stan in seinen Zimmer hin und wieder auff hängen lassen / resolvirten dahero solche Materia auch in etwas zu untersuchen. Es nahete aber albereit die Nacht herbey / als wurden sie eins dieses bis folgenden Tags zu verspahren / und bey Herr Scarten eine Zusammenkunfft anzustellen / denn ihnen allen nicht so gar unbekand ware / wie er sich bißhero absonderlich darinne etwas exerciret. Herr Scart wolte sich zwar entschuldigen / mit Vorwand / dis müste bey dergleichen Personen gesuchet werden / die albereit Vestungen auffgebauet / auch ein und anderer Action so wohl in Felde als Belägerungen beygewohnet / worzu er noch niemahls beqveme Gelegenheit haben können. Sie wolten sich aber damit nicht abweisen lassen / sondern content seyn / voritzo nur die fundamenta der fortification einiger maassen zu untersuchen / vielleicht würde es in andere Wege bessere occasion darzu geben / war demnach bey folgender Versamlung an Herr Scarten.

Die sechste Frage

Von der Fortification oder Vestungs-Bau-Kunst.

dieser machte den Anfang hierzu durch

Die I Fürgabe

Fig. 157. 158. 159. 160. 161. 162. und 163.

Von Ursprung der Vestungen.

WEil keine lebendige Creatur auf der Welt / so wohl Menschen und Vieh / ohne Anfechtung Wiederwärtigkeit und Feindschafft leben kan / alß lehret denen letztern auch die Natur ohne eintzigen Unterricht sich dafür zu bewahren. Die Vögel bauen ihre Nester der Sicherheit wegen auf die hohen Bäume. Die Würmer auf den Erdboden suchen sich in der Erden und in ihren Höhlen sicher zu verbergen. Die Fische im Wasser trachten die Tieffe des Wassers zu gewinnen / und verbergen sich in dem Schlam oder Speluncen, so bald man ihnen nachstellet. Alle wilde Thiere suchen ihre Sicherheit in denen Wäldern / Gepüschen und Höhlen / und die zahmen Thiere lauffen bey ihrer Verfolgung am meisten ihren erbauten Ställen zu. Wie vielmehr sollen die Menschen dahero bedacht seyn ihrer Beschirmung wegen nöthige Vorsorge zu thun.

Nun haben sich die Menschen zwar anfangs nur von denen wilden Thieren und andern Ungeziefer verwahren müssen / welches durch einen geflochtenen höltzernen Zaun und einer Decke darüber (sich vor den Regen und Ungewitter zu beschirmen) geschehen können. Weil aber die Feindschafft der Menschen gegen einander sich täglich vermehret / als hat diese Verestigung nicht gar lange gedauret / ja es ist nunmehro der Menschen Feindschafft oder vielmehr Grausamkeit dergestalt angewachsen / daß die stärcksten Mauren / Bollwercke und Vestungen / solche auffzuhalten / nicht zulänglich seyn. Man lieset in der heiligen Schrifft / wie allbereit nach und nach die Städte mit hohen Mauren und Thürmen umgeben worden / welches auch lange Zeit gewehret / biß vor ohngefehr 300 und etlichen Jahren / der Gebrauch des Pulvers gefunden worden / deme zu widerstehen / auch so dann die Mauren und Thürme nicht gnug gewesen / weil sie durch die Gewalt des Geschützes übern Hauffen geschossen worden / Alß bauet man numehro an deren statt meist Bollwercke / oder vielmehr kleine Berge von Erde / diese sind nun geschickter den Schuß besser auszuhalten / wenn sie nur auch vor der Untergrabung der Pulver-Minen gesichert wären.

Fig. 157 ist eine Vestung wider den Regen und wilde Thiere / bestehet aus einen höltzernen Zaun mit Stroh oder Laub gedecket. Weil man aber befunden / daß das Holtz bald verfaulet auch leicht anzuzünden ist / item, daß der Wind durch diese Wohnung hefftig gestrichen / alß haben die Alten diese höltzerne Wände

Fig. 158 in Leim-Erde-oder Steinerne verwandelt / so nicht allein dauerhaffter / sondern auch vor Feuer und Wind besser verwahret gewesen. Alß aber bey Vermehrung der Menschen viel dergleichen Wohnungen zusammen gebauet worden / haben sie solche hernach

Fig.

Fig. 159 mit einer Mauer umbfangen / so zu dergleichen Zeit eine Stadt oder Vestung repræsentiret. Nachdem ferner bey Belagerung solcher Städte angemercket worden / daß man den Feind / wenn selbiger hart an die Mauer kommen / von der Seite zu gar nichts / und von oben her gar wenig hat anhaben können / alß sind

Fig. 160. an diese Mauren 4 eckichte A und rundte Thürme B gebauet worden / damit wenn der Feind bey C an die Mauer kommen / man zu beyden Seiten von den Thürmen auf ihm werffen und schiessen können / und diese Art zu befestigen hat lange Zeit gedauret / absonderlich sind auf solche Art

Fig. 161. Viel Schlösser auf die hohen Berge gebauet / wie der Augenschein in allen Ländern gnugsam bezeiget / denn diese Oerter sind von Natur fester als auf dem flachen Erdreich / iedoch aber / weil solche hohe Oerter zu menschlicher Handthierung / absonderlich der Handlung wegen sehr unbeqvem / alß ist bißhero hierauf wenig gesehen / und sind vielmehr dergleichen Oerter / so zur Nahrung geschickter gelegen darzu erwehlet worden.

Fig. 162. Es sind auch solche Mauren und Thürme / hernach ferner mit noch einer kleinen Mauer und Thürmen / nicht weniger mit einen trockenen-oder Wasser-Graben umgeben worden / biß man weiter empfunden

Fig. 163. daß wenn der Feind hart an die fördere Mauer eines 4eckichten Thurms als bey D kommen / man von beyden Seiten nicht dahin streichen und schiessen können / welchen Unheil aber abzuhelffen / ist a b und b c in Form eines Winckels a b c heraus gebauet worden / und so dann die noch biß dato itziger Zeit gebräuchliche erdene Vollwercke E daraus entstanden.

Diese Vollwercke nun zur Vollkommenheit zu bringen / künsteln und bemühen sich biß daher alle Ingenieurs Kriegs-oder Vestungs-Bau-Meister / ein ieder hält seine Meinung für die beste / und heist hier wohl recht / **viel Köpffe viel Sinne** / denn ieglicher will was neues erfinden / obgleich mehrentheils das Alte besser alß das Neue / vornemlich theilen sie die Bevestigung ein / **in regular und irregular.**

Darum will mancher alles **regular** haben
Ein anderer machet starcke und kostbare Vollwercke.
Jener viele abgeschnittene oder **Detachirte** Wercke. Dieser viele Außenwercke.
Der eine hälts mit den trockenen / der andere aber mit den Wassergraben.

Etliche sind genau / und sehen auf geringe Kosten / da andere im Gegentheil nur die Stärcke ihrer Wercke betrachten. Viele rühmen die Menge ihrer **Canonen** oder Stücke / die sie auf die hinter einander gemachte **Flancen** oder Flügel stellen können / da die andern auch Mußqveten haben wollen / und dergleichen Meinungen sind so viel / daß ein anfahender fast nicht weiß wem er glauben soll / das sicherste und beste wird seyn / **Daß der Ingenieur oder Baumeister sich nach dem Ort / und nicht der Ort nach dem Baumeister sich richten muß.**

Hiernechst befande Herr **Scart** nicht undienlich / ehe diese **Materia** weiter erkläret würde / vorher einigen Bericht derer Red-und Schreib-Arten / so itziger Zeit bey der **Fortification** gebräuchlich darzuthun / war also:

Die II Fürgabe
Fig. 164. 165. und 166.

Von Erklärung etlicher Wörter / so bey den Vestungs-Bau oder Fortification gebräuchlich.

Fig. 164. zeiget die Beschreibung der Seiten oder Grund-Linien ieglicher Vestung/ allda ist a a die äusere Seite der Vestung oder Polygon exterieur. b b die innere Seite der Vestung oder Polygon interieur. c c. der Wall oder Cortin. a f. die Front, Face, Stirn- oder Gesicht-Linie c f die Flanc, Flügel oder Streiche/ Espaul, Schulter. b c. die Keel-Linie/ Gorge, Halß oder Schlund. a b die Capital- oder Haupt-Linie. c d. die second flanc, Affterstreiche oder Streichplatz. a c die beständige defensiv-Linie. a d, die Streich- oder Gesichts-Linie/ Streichwehre. a k der grosse Semidiameter. b k der kleine Semidiameter. h e. die perpendicular zur Cortin.

Die Winckel sind

a k b, der Mittel-Puncts-Winckel/ oder Winckel Centri l a h, der äusere Polygon-Winckel. c b i, der innere Polygon-Winckel. f a m, der Bollwercks-Winckel. a f c das Eck der Schulter/ f b c, forme flanc oder das Eck so die Flancen formiret. a d b, oder h a d, der kleine Streich-Winckel. a g n das Eck der Tenaille oder Zange.

Fig. 165 ist die Beschreibung des Profils oder Durchschnits. daran

a b, Esplanade oder Lermen-Platz.
b d, die Schräge oder Böschung des Walls.
e f, die untere Breite des Bänckleins.
e h, die Anlage der Brust-Wehre des Walls.
i k, der Zwinger oder Faussebraye.
l m, die Berm/ Außenrand.
m n. die obere Breite des Grabens.
o p, der Cunette oder Wiege obere Breite.
b c, die Anlage der innern Böschung.
d e, der obere Wallgang.
f g, die Höhe der Brustwehr oder Parapet.
i q, die Anlage der äusern Böschung des Walls.
k l, die Anlage zur Brustwehr der Faussebraye, welche der Brustwehr e h des Walls in allen gleich.
m r, die Scarp, Wasserkante/ oder innere Strebe des Grabens.
r s, des Grabens untere Breite.
n s, die Contrescarp oder äusere Strebe/ item die Wasserkante des Grabens.
s t, die Contrescarp, der Lauff-Graben oder bedeckte Weg.
u, w die Abdachung/ Glacis oder Contrescarp.

Fig. 166. Die Beschreibung der gantzen Wercke.

A, ist ein Bollwerck oder Bastion, so concav oder nicht gantz ausgefüllet. Nota. ein flach- oder plat Bollwerck ist das jenige/ welches auf eine gerade Linie geleget oder gemachet wird

C. ist ein ausgefülltes oder massives Bollwerck.

D und E sind Ravelin. F ein halber Mond. G eine doppelte Tenaille oder Zange. H eine einfache Tenaille oder Zange. I ein Cron-Werck. k ein Hornwerck.

Hierauf

Hierauf solte wohl billig sagte Herr Scart Unterricht folgen/ wie allerhand re- und irregulare Bollwercke/ nach recht-proportionirten Linien auffzureissen/ wir wollen aber nur voritzo derer regular-Bollwercke in etwas gedencken/ und zu den übrigen künfftig auch Anleitung geben/ sey demnach

Die III Fürgabe

Fig. 167. 168. und 169.

Wie der Grundriß einer regularen Vestung auffs Papier zu bringen.

Dis geschiehet mehrentheils durch Hülffe darzu verfertigter Tabellen/ es sind aber dergleichen Tabellen zweyerley Arten/ als;

Erstlich werden solche auf die Eck-Figuren/ nemlich: ein regular 4 Eck 5 Eck 6 Eck ꝛc. eingerichtet.

Zum andern nach denen Figur-oder Polygons-Winckeln.

Von der ersten Art ist eine dergleichen Tabella zu sehen Fig. 167.

Nach welcher Tabella nun nicht so gar sonderlich schwer eine regulare-Vestung aufs Papier zu machen/ und dessen eine Proba zu thun/ wolte Herr Scart hiernach ein regular 6 Eck auffreissen/ Fig. 168. also:

Mache erstlich ein regular 6 Eck dessen iede Seite a a 8°. Hernach nim die Capital $2\ 9^{\circ}\ 2^{'}\ 7^{''}$ und setze solche von a biß b, die Keel-Linie $1\ 1^{\circ}\ 7^{'}\ 5^{''}$ trage von b biß c, ziehe die Streich-Linie a c, nim letzlich die Face $2\ 3^{\circ}\ 8^{'}\ 6^{''}$ und trage solche auf a c, von a biß d. So wird die Flanc d c, die perpendicular der Cortin e f, die innere Seite der Vestung b b, die Cortin c c, und alles übrige sich selbst geben.

Zum andern wird ferner das Profil auffgerissen Fig. 169. daran thut

10 Schuh/ a b die innere Boschung
a c ist die Schräge der innern Boschung
26 Schuh c d die Breite des obern Wallgangs
14 Schuh b c die Höhe des Walls
64 Schuh a l die Anlage des Walls
20 Schuh d i die Anlage der Brustwehr
3 Schuh d g die Anlage des Bänckleins
$1\frac{1}{2}$ Schuh e d die Höhe des Bänckleins
$2\frac{1}{2}$ Schuh e f des Bänckleins Ober-Breite
6 Schuh g h. die Höhe der Brustwehr
$\frac{1}{2}$ Schuh die Anlage der Brustwehr bey f,
8 Schuh k l die Anlage der äusern Boschung des Walls.
24 Schuh l m die Faussebray oder Zwinger
1 Schuh die Erhöhung der Faussebray bey l.
m n, die Brustwehr der Faussebray, diese ist vorhergemeldter Brustwehr des obern Walls in allen gleich.
6 Schuh die Berm n o
8 Schuh p q die Anlage der innern Boschung des Grabens
100 Schuh o y, des Grabens Ober-Breite
48 Schuh q w es Grabens Unter-Breite
10 Schuh o p die Tieffe des Grabens
20 Schuh r v die Ober-Breite der Cunette
6 Schuh r s die Tieffe der Cunette
50 Schuh y x, die Contrescarp, bedeckter Weg oder Lauf-Graben
100 Schuh x z die Glace oder Abdachung der Contrescarp.

Wie nun drittens solch Profil vollends um die Fig. 168 gebracht wird / das ist bey den B. Ilwerck A klar zu sehen / allwo der Durchschnit des Bollwercks das Profil Fig. 169 ordentlich darstellet / und dahero verhoffentlich keiner weitläufftigen Beschreibung bedürfftig.

A und B sind concave-oder hohle Bollwercke / die übrigen aber alle massiv oder ausgefüllt. C. D und E sind Plätze der Häuser / darzwischen die Gassen 2 bis 3 Ruthen breit. G. der Marckt.

Herr Stan meinte es wäre das beste zurücke blieben / nemlich / wie die Linien oder Seiten der Vestungen / absonderlich aber vorhergemeldte Tabella Fig. 167. zu berechnen. Dieser hingegen versprach solches / nach Abhandlung der Trigonometriæ zu thun. Herr Novt hatte auch was zu erinnern / ob man sich auf vorhergemeldte Tabellen verlassen / und hiernach iede Vestung (der horizont sey wie er wolle) auffbauen könte. Herr Scart bekandte rund heraus / daß solches zwar nach itziger Manier eine geschickte und beqveme Art / es wäre aber vielmehr nur Discours oder Gedächtnisweise also fürgestellet / wie dann dergleichen auch fernerhin bey Beschreibung etlicher noch anderer Wercke geschehen würde / es dürffte vor keinen Glaubens-Articul angenommen werden / weil solches ihm itzt ohngefehr so beygefallen / und liesse sich auf einen niedern ebenen horizont am besten gebrauchen / absonderlich waß das Profil anbeträfe. Herr Novt sprach weiter: ich habe mirs leicht eingebildet / weil noch sehr viel darbey zu erinnern / denn die second Flanc als ein nothwendig Stück sey gar dabey vergessen. Die Keel-Linien bey den 4 und 5 Eck wären viel zu klein / und machten gar ein eng Bollwerck / daß man keine Trouppen da stellen / und sich verretranchiren könte / item die proportion der Linien sey alzu unordentlich / er solte nur die Face betrachten / die würden bald klein / bald wieder groß und viel anders mehr. Herr Scart sahe diese Einwürffe vor allzu incapable an / sein Project dadurch sonderlich zu ändern / denn was die second Flanc anbeträfe / die wäre an einer Vestung eben so viel nutz / alß das 5te Rad am Wagen. Und daß die grossen Keel-Linien besser als die grossen Flancen, könte er auch nicht begreiffen / weil die Keel-Linie an einer Vestung ohne dis nur eine todte Linie. (nach dieser itzt beschriebenen Befestigungs-Art) Endlich hielte er die starcke defension der Linien vor weit dienlicher / als ihre geschickte proportion, in übrigen solte von diesen allen künfftig ein mehrers gedacht werden / voritzo wäre

Die IV Fürgabe Fig. 170. 171.

Wie ein Castel, Schloß oder Citadel an Vestungen zu bringen oder anzulegen sey.

Citadellen an die Vestungen oder Städte zu legen / sind unterschiedliche Ursachen / und geschiehet solches entweder die Bürger in Zaum zu halten / oder sonst besorgender Rebellion zu begegnen und vorzubauen / dahero derer an kleinen Städten und Vestungen auch nicht so gar viel / wohl aber an grossen Orten zu finden / alß zu Turin / Mäyland / Straßburg / Antorff / Cassal (so jüngst demoliret worden) ꝛc. Bey solcher Beschaffenheit muß man die Situation wohl betrachten / damit selbiges an beqvemsten Ort der Stadt angeleget werde / um in Fall der Noth allezeit ohne Hinderung Succurs hinein zu bringen / auch daß den Feind solches zu attaqviren so viel möglich an allen Orten schwer falle / in Summa ein Castel muß nicht allein sich selbst wohl defendiren / sondern auch über alle andere neben Oerter commandiren.

Fig. 170. ist ein dergleichen Castel von 5 regularen Bollwercken / an eine regular 9 eckichte Vestung oder Stadt Fig. 171. angebracht. Allwo der Wall der Stadt A und B just auf die Cortin des Castels stösset. Etliche Gassen der Stadt C D und E

werden

werden also angeleget (wenn sie nicht albereit schon vorher gebauet) damit man selbige von Castel füglich flanciren oder beschiessen möge.

Es werden auch viele Castelle anderer Ursach wegen / als vorhergemeldet / gebauet / wenn nemlich etwa eine beqveme Höhe oder anderer Vortheil bey einer Stadt oder Vestung verhanden / selbige dadurch in bessere defension zu setzen / wie man siehet an Namur / Malta / Maynz / Breda, Coverden, Preßburg / Grätz / Würtzburg / ꝛc. item / zu defendirung der See-Häfen / alß zu Dünkirchen / Coppenhagen / St. Giao, St. Malo, Brest und andern mehr. Herr Scart proponirte ferner

Die V Fürgabe

Fig. 172. 173, 174. 175.

Von allerhand Aussenwercken.

Der Aussenwercke sind vielerhand Arten deren vornehmste / die Raveline, halbe Monden / Cron- und Hornwercke / einfache- und doppelte Tenaillen oder Zangen.

Fig. 172. alda ist A ein Ravelin, seine Structur siehet einen kleinen detachirten oder abgeschnittenen Bollwerck ähnlich / wird mitten vor die Cortin in Graben geleget / also / daß ohne dessen Hinderung der Graben von denen Bollwercken wohl flanciret werden möge / insonderheit wenn die Bollwercke Cassematten oder gesenckte Flancen haben / wie an den Bollwerck C eine gesenckte Flance bey B zu sehen. Fig. 173. zeiget das Profil der Face des Ravelins. Die Flügel des Ravelins werden nicht erhöhet / sondern vielmehr eingeschnitten / und mit einer Brustwehre versehen / solche anstatt einer gesenckten Flancen zu gebrauchen / den bedeckten Weg und Graben damit zu bestreichen.

D. ist eine einfache Tenaille oder Zange / daran die Distanz a b wo möglich 30 bis 32 Ruthen halten soll.

E ist eine doppelte Tenaille oder Zange / so gleichfalls wie vorhergehende einfache Tenaille mehrentheils mitten vor die Cortin geleget wird.

G ist ein Hornwerck / wird auch mitten vor die Cortinen geleget / hat forne 2 halbe Bollwercke (nach proportion der grossen Bollwercke) dergleichen Hornwercke findet man an vielen Vestungen / alß zu Hamburg / Hertzogenbusch / Straßburg / Geneve, Philipsburg ꝛc. die Distanz e f darff gleichfalls unter 30 Ruthen nicht genommen werden.

H ist ein Cronen-Werck / bestehet aus 2 halben und 1 gantzen Bollwerck / die äuserSten Spitzen g und h dürffen über 60 Ruthen weit von Hauptwall nicht kommen / damit sie nach der Seiten von Hauptwall mit Mußqveten können defendiret werden (welches auch bey denen einfachen und doppelten Tenaillen, ingleichen Hornwercken in acht zu nehmen) wiewohl der Feind solche Außenwercke gar selten nach der Seite attaqviret / und dahero diese defension nicht sonderlich nöthig / vielmehr gehet er selbige in fronte an / deßwegen wäre bey solcher Beschaffenheit gut / daß der Graben an dergleichen Außenwercke von forne her breiter als zur Seiten gemachet würde.

Fig. 174 ist das Profil zu denen Tenaillen, Horn- und Cronenwercken.

I ist ein halber Mond / so vor die Spitzen der Bollwercke / offt auch vor andere Aussenwercke geleget wird.

An Fig. 175. siehet man eine regular 6eckichte Vestung / mit noch andern mehrern Aussenwercken / samt etlichen Arten unterschiedlicher Bollwercke von perpendicularen Flancen, mit und ohne Cassematten.

Jtzt fragte Herr Geon ob man denn nicht eine allgemeine Manier erfinden könte / so durchgehends auf einen ieden horizont zugebrauchen wäre. Herr Scart antwortete:

dis ist eben das jenige / wodurch sich alle Ingenieurs suchen in Schrifften formidable zu machen / es hält auch ein iedweder mehrentheils seine Art für die beste / und vermeinet den Endzweck erreichet zu haben / da doch ein Ingenieur allezeit nach Auffbauung eines Hauptwercks / so dann erst gewahr wird / daß solches ein andermal noch besser könne gemacht werden. Denn nicht allein die Situation sondern auch der Bau-Materien sind so vielerhand / daß auf alles richtige Reguln zu stellen unmöglich. Auf solche Art sagte Herr Geon, müste kein vollkommener Ingenieur verhanden seyn / er sehe ja täglich/daß viele die Fortification zu lernen nicht eben so gar lange Zeit bedürfften. Herr Scart ließ das eine in seinen Werth / aber darzuthun / daß ein ieder der die Fortification lernete / so gleich ein Ingenieur sey / würde eine weitläufftige Demonstration nicht zu langen / seiner Meinung nach gehöreten sonderbahre Qvalitäten darzu/welche nicht iedweder so gleich aus den Ermeln schütteln könte / die Theoria wäre nur ein überaus bequemes Werckzeug zu steten projectiren / um dadurch mit guten Vortheil die Wercke continuè zu verbessern / und dieses in etwas zu betrachten langte Herr Scart etlicher Autorum Bevestigungs-Arten herbey / so neben ihm auf den Tische lagen/ diese waren nun folgende:

Fig.176. des Straßburgischen Ingenieurs Daniel Speckle Manier. Fig.177. Herrn Blondels. Fig. 178. Herrn Neubauers. Fig. 179. Herrn Scheiters. Fig. 180. Herrn Graf von Pagans. Fig. 181. Hrn. Malets. Fig. 182. Hrn. Sardi. Fig. 183 Hrn. Deville. Fig. 184. Hrn. Marolois. Fig. 185. Hrn. Freytags Fig. 186. Hrn. Stevins. Fig. 187. Hrn. Dögens Fig. 188. Hrn. Borgsdorffs. Fig. 189. Hrn. Errards. Fig. 190. Hrn. Burdins. und endlich Fig. 191. Hrn. de Vaubans, die itziger Zeit neue Manier. Herr Scart wolte deren noch mehr hohlen / aber die gantze Compagnie ersuchte ihn / sich dieserwegen keine weitere Mühewaltung zu machen / es wäre vorige an denen verhandenen genug / er solte nur so gütig seyn/ und ihnen indessen solcher Autorum ohngefährliche Meinungen erklären. Dieser aber entschuldigte sich gantz höflich / weil alles in deren darüber ausgefertigten Büchern von ieglichen insonderheit weitläufftig geschehen / dahin er sich billig beziehen müste / wäre auch seines Orts allen diesen meist sehr berühmten Leuten selbst höchst obligirt / und wolte dahero nicht gerne dergleichen Experiment was jene empfunden sich zuschreiben / es stünde in sämtlicher Beliebung nach gut Düncken davon zu urtheilen.

In dem nun Herr Scart weiter fortfahren wolte / kam unverhofft sein Diener und gedachte / daß ihm ein guter Freund ein paar Worte sprechen wolte / weßwegen Herr Scart sich auf wenige Zeit abſentirte / und immittelst Herr Stanen ersuchte / alß welchen die Fortification seines Wissens nicht so gar unbekand wäre / die Continuation zu thun. Der aber wieder auf eine gantz andere Materia geriethe / und solchen nach formirte

Die VI Fürgabe

Gegen waß vor eine Gewalt Vestungen gebauet werden.

Antwort: Der Mensch bauet solche gegen des andern Menschen seiner List Boßheit und Gewalt. Denn wenn die Menschen ihre Krafft zusammen vereinigen / so ist aller der stärcksten und wilden Thiere Krafft gar nichts dargegen zu rechnen. Man betrachte nur / waß vor grosse Mauren / Thürme / Rundel / Erdwälle und dergleichen vielmals durch die Menschen in einem Augenblick übern Hauffen geworffen werden / ich meine durch die grausame Wirckung der Pulver-Minen / und wundert mich nicht wenig/ wie einige von unüberwindlichen Vestungen reden und schreiben wollen/ denn es giebt nicht wenig Ingenieurs, die sich wohl selbst damit flatriren solche zu effectuiren / aber

es bleibt wohl dabey **welche Vestung durch die Menschen gebauet wird/ die kan auch durch die Menschen wieder eingerissen werden.** ja viel eher ists eingerissen als auffgebauet / zu solchen Einreissungs-Waffen aber werden vornemlich gebrauchet

1. die Stucken oder **Canonen**
2. der Feuer-Mörsel oder **Mortier**
3. die Pulver-Minen / nebst Hauen und Schauffeln

Alß weiland die Städte oder Vestungen nur mit Mauren und Thürmen umgeben waren/ so thaten die **Stucken** das ihrige mehrentheils mit guten **Effect**, itzt aber da die Vestungen meist aus erdenen Bollwercken und Wällen bestehen / will solches nicht allezeit fruchten/ denn die Kugeln bohren nur ein Loch in die Erde hinein / und bleiben darinne stecken / dergleichen ist bey Belagerung **Ostende** geschehen / allwo die Spanier im Monat **Augusto** 1601. das Bollwerck Sandhiel zu beschiessen angefangen/und so lange **continuiret** / biß endlich nach etlichen 1000 Schüssen immer eine Kugel auf die andere gestossen / daß es geklungen hat / der Sand ist wohl herum gestäubt/ aber keine **Breche** geschossen worden / anderer Exempel zugeschweigen / denn waß den gantzen Tag herunter geschossen wird / kan in einer halben Stunde wieder gebauet werden. Es wäre aber thörlich eine Vestung ohne Stucken zu **attaqviren** / zum wenigsten werden hierdurch den Belägerten die Brustwehren zerrissen / das Geschütz verderbet und zerschossen / die Thürme und Mauren gefället / und die **Approchen** damit beschützet oder **defendiret.**

Die Feuer-Mörsel oder **Mortiers** werden gebrauchet / allerhand Feuerwerck alß Bomben / Carcassen / Granaten / Steine und andere Kugeln daraus zu werffen/denen Belägerten die Häuser anzuzünden / Thürme und Häuser einzuwerffen / die Magazinen zu **ruiniren** / und die Soldaten aus ihren Posten zu vertreiben und zu tödten.

Die Minen sind die schädlichsten und stärcksten Waffen/denn wenn selbige einmal recht angebracht werden / so wirfft man offt in einen Augenblick mehr damit übern Hauffen/ als wohl in einem Jahre mit denen Stücken oder Feuer-Mörseln nicht geschehen solte/ dahero wider solche gewaltsame Würckung bey Auffbauung itziger Vestung am meisten zu **practiciren** / wir wollen diesen nach in etwas untersuchen

Die VII Fürgabe

Aus was vor Materia die Vestungen gebauet werden.

Die **Bau-Materialen** zu denen Vestungen bestehen in Holtz/ Eisen/ Stein / Erde und Sand / diese müssen nun beqvem geordnet und nach ihrer Art also angebracht werden damit iedes die Zeit ausdauern / und vorhergedachter Gewalt so viel nur immer möglich wiederstehen könne.

Denn eine gantz höltzerne Vestung würde nicht lang dauren / weil sie den Feuer allzusehr unterworffen / doch aber thun die **Palisaden**, Schlag-Bäume/ Spannische Reuter ꝛc. bey allen Vestungen gute Dienste.

Eine gantz eiserne Vestung läst sich wohl in Gedancken aber nicht in der That bauen/ doch wäre sie auch nicht unüberwindlich / man brauchet zwar das Eisen bey Vestungen zu Schutz-Gattern und an denen Thoren / ingleichen bey vielen andern Sachen mit grossen Nutzen.

Eine Vestung von lauter Stein gebauen könte man die jenigen nennen / so mit einfachen oder doppelten Mauren und Thürmen umgeben / doch sind auch Vestungen zu finden / da Bollwercke / Wälle und Brustwehren von eitel Stein / wie **Valetta** in der Insul **Malta**, item die jenigen / so in Stein oder Felsen gehauen / dergleichen Herr **Speckle** in seiner **Fortification** unterschiedliche vorstellet.

Vestungen von Erde allein / werden an denen Orten gebauet / allwo die Steine nicht wohl zu haben / wie dann die meisten Niederländischen Vestungen von dergleichen Gattung / und bedienet man sich daselbst an statt des Mauerwercks der Rasen oder ausgestochenen Grases und **Fachinen.**

Die jenigen Vestungen aber so von Stein und Erde zugleich auffgebauet / werden für besser und dauerhafftiger gehalten / als die / (welche aus lauter Erde oder eitel Steinen bestehen (iedoch die jenigen ausgeschlossen welche in puren Felsen gehauen) In Sand ist zwar nicht gut bauen / und muß selbiger mit Rasen oder Mauerwerck eingefasset werden / soll er anderst nicht aus einander lauffen / diesen ungeacht giebt es doch hin und wieder gnug dergleichen Vestungen / so das ihrige schon **præstiren** können / wie ein Exempel an Ostende und vielen See-Städten zu sehen / absonderlich ist dieser Vortheil darbey / daß der Feind bey Anfallung solcher Oerter eben die jenigen Verhinderungen beym **approchiren** und **miniren** findet / die man beym Bau der Vestung gehabt. Nunmehro geschahe

Die VIII Fürgabe

Welche Bau-Materien die Schüsse der Canonen wohl am besten ausdauren mögen.

Der Erde wird hier billig der Preiß gelassen / denn das Holtz ist den Feuer allzusehr unterworffen / die Steine thun zwar ziemlichen Widerstand / hingegen aber desto grössern Schaden / wenn solche von dem Schüssen herum schlagen / es ist auch / was eingeschossen wird / nicht so leicht wieder zu **repariren.** Es rühmet zwar Herr Rimpler in seiner befestigten Vestung / daß er bey Belagerung **Candia** befunden / daß man denen **Canonen** gleichwohl Mauren entgegen bauen könne / so nicht zu **ruiniren** / welches ihme auch als einem erfahrnen **Practico** billig zu glauben. Der Sand wird nicht vor so gut als die Erde gehalten / dahero wird bey sandigen Vestungen / die Erde so viel man deren bekommen kan allezeit zu der **fronte** und Brustwehren **employret** / Herr **Stan** erzehlet ferner

Die IX Fürgabe

Was denen Feuer Mörseln entgegen zu bauen.

Dis solte eine **Materia** seyn / da die Feuer-Kugeln in Niederfallen nicht durchschlagen könten. Nun ist bekand / daß in Belagerungs-Zeiten das Pflaster der Gassen auffgehoben wird / damit bey Einfallung und Auffschlagung der Bomben / die Steine nicht mehr Schaden als die Bomben selbsten thun / ingleichen werden die Dächer abgetragen und mit Schutt überzogen / um für das Durchschlagen gesichert zu seyn / oder bey Entstehung eines Brands desto leichter zu löschen. Ferner sind abgeschnittene-abgesonderte-oder **detachirte** Wercke in dergleichen Fall sehr beqvem / denn wenn eine Bombe oder Feuer-Kugel in ein Werck niederfället / so **retiriret** man sich in das andere / biß der Schlag vorbey / oder selbige gedämpffet ist. Ein gut Gewölbe mit 5 bis 6 Schuh Erden überschüttet kan auch viel ausstehen / nun sey

Die X Fürgabe

Wie denen Minen entgegen zu bauen.

Hier will fast gar kein Bau helffen / denn wenn die Feinde von aussen ihre Minen-Kammern füglich angebracht / so ist hernach keine Mauer / kein Thurm und kein

Wall

Wall so starck / welches dieser Gewalt wiederstehen solte / ja so gar die harten Felsen sind davon nicht befreyet / darum wird das nöthigste seyn den Bau also anzulegen / daß der Feind vor allen Dingen einen schweren Zutrit zu denen Minen finde / auch wenn ja einige Minen angebracht / selbige nicht eben so gar grossen Effect thun möchten / absonderlich siehet man dahin / des Feindes Untergrabung oder Minengang bald zu entdecken / und ihme so dann selbigen auffs sicherste und beste zu ruiniren. Ferner / daß er mit einer / zwey / drey und mehr Minen sein Vorhaben nicht erlange / sondern allezeit immer von neuen wieder anfangen müsse / in welchem Fall die abgesonderten Wercke treflich avantageux, der hohle Bau contribuiret hierzu ebener massen ein grosses / denn hierdurch wird nicht nur allein der Feind bald entdecket / sondern es verhindert auch den Effect der Minen ziemlicher massen.

Auf die Minen komt dieser Zeit alles an / denn betrachtet man den Anfall und Eroberung eines ieden Orts in genere, so würden die Stücken nicht gnug seyn eine Vestung / welche mit einen breiten Graben / guten Erdwall / und gnugsamer Garnison versehen / allein zu bezwingen / obschon 2 biß 300 Stücken verhanden wären. Die Feuer-Mörsel können den Wall noch viel weniger zernichten / sondern man machet darmit nur hier und dar etliche Löcher und schläget wenige Leute todt / wirfft Thürme und Häuser damit ein / und zündet selbige an / absonderlich ist das meiste Absehen auf die Ruinirung der Proviant- und Munition-Häuser gerichtet / daß also dadurch allein eine Vestung zu bezwingen wieder nicht angehen will (es sey dann / daß die in der Stadt ihre Häuser nicht wolten in Brand stecken lassen) Dahero sind die Minen fast allezeit genug / einen ieden Ort allein damit zu überwältigen. Denn nachdem die Trencheen verfertiget und geöffnet / so rucket man mit denen Approchen der Vestung immer näher und näher / und endlich gar (durch Hülffe der Minen) in die Vestung hinein / darum vor allen andern bey Bevestigung eines Orts dahin zu trachten / wie dieser Gewalt entgegen zu bauen sey.

Inzwischen hatte Herr Scart den guten Freund abgefertiget / und kam wieder ins Zimmer gegangen / da wolte nun Herr Stan nicht weiter fortfahren / welches Anlaß gabe / daß Herr Scarten ohngefehr auf sein voriges zu kommen vor itzo beyfiele / wie er beym projectiren derer Vestungen insonderheit Zweyerley als höchst nothwendig zu betrachten / gefunden / nemlich:

Das Grund-Lager oder Grund-Linien der Vestungen / und Ihr Profil, oder Durchschnit derer Wercke / was anbelanget

Die XI Fürgabe

Fig. 192 und 193.

Von denen Grund-Linien der Vestungen.

So will die Zeit itzo nicht zulassen von allen Situationen in specie hier zu reden / sondern nur dieses zu gedencken; daß iede Linie der Vestungen also angeordnet werden müsse / damit ie eine die andere beschiessen und beschützen kan. Weiln auch aus der Erfahrung bekand und bey vielen Belägerungen wahrgenommen worden / daß die Mußqveten über 60 Rheinländische Ruthen nicht sonderlichen Effect thun / alß wird dahero keine Linie gerne von der andern in grösserer Weite angeleget / iedoch aber sind die gar nahe bey einander liegende Linien / zumal bey etwas hohen Profilen auch nicht allezeit

zuträglich/ und wird die Weite von 30 biß 60 Ruthen vor die beste gehalten. Herr Novt wolte diese Regul von 30 Ruthen nicht billigen/ denn seines Orts gedächte er in einer Weite von 10 Ruthen weit besser und schärffer zu treffen als bey 30 Ruthen/ Herr Scart würde gewißlich keinen guten Commendanten abgeben/ wenn er seinen Feind näher als 30 Ruthen scheuete/ und daß dieses nicht unrecht sey/ solte künfftig schon dargethan werden. Herr Scart muste sich biß dahin gedulden/ und fuhr indessen weiter fort.

Die Linien einer Vestung bestehen in nichts als Flancen und ihren Bedeckungen/ als Fig. 192. sind a b. e d Flancen, und ihre Bedeckungen die Facen b c. c d. ingleichen sind f g. k i Flancen und deren Bedeckung die Facen, g h. h i.

Beyde Flancen e d und f g beschützen den Wall oder die Cortina e f.

Aber nur die eine Flance als e d beschützet die Face g h. Darum der Feind bey attaqvirung eines Orts allezeit mitten auf die Facen c d der Bollwercke los gehet/und seine Gallerie bey m n suchet über den Graben zu bringen/ weil dieses der schwächste Theil der Vestung/ alß welche Linie nur von der Flance f g und etwas weniges von der Face g h kan bestrichen werden. Denn solte der Feind die Linien e d. e f oder f g anfallen/ so würde der weite Weg übern Graben zu passiren viel incommodität verursachen/ und die starcke defension ihm ziemlich warm halten. Derowegen stets dahin getrachtet worden/ die defension der Face, durch die retirirten Flancen, Ravelinen und andern Außenwercken zu vermehren/ welches zum Theil auch ziemlichen Effect gethan/ iedoch aber giebt die Erfahrung/ daß nicht allein der Feind die Außenwercke gar leicht gewinnen/ sondern auch hernach seine Gallerie m n desto besser anbringen und behaupten kan/ ferner bey n posto fasset/ und sich allda eingeschantzet/ so dann alle vorige defension der Flance Raveline und andere Wercke gleich auffhöret und schweigen muß/ da komts nun endlich noch auf die General-Retirade oder Abschnitte und desperate Gegenwehr an/ waß dieses vor euserste Noth/ ist leicht zu erachten/ denn bey so gestalten Sachen ist offtermals ein übler Accord mit den Feind zu treffen noch ein groß Glück/ und gehet also durch Eroberung einer einzigen Linie/ (nemlich der Face) die gantze Vestung dahin/ oder stehet sehr mißlich selbige noch eine Zeit zu erhalten. Herr Archt fragte/ ob dann kein Mittel verhanden oder zu erfinden/ diesen Ubel abzuhelffen/ er vermeinte gäntzlich/ wenn die innere Seite oder Polygon der Vestung besser verwahret würde/ daß solches ein grosses contribuiren könte/ absonderlich weil man ja augenscheinlich sehe/ wie die Keel-Linien q e und f r bey ausgefüllten Bollwercken nur tode Linien/ so weder beschützen/ noch beschützet werden/ dahero kein Wunder/ so ihre Vor-Mauren (die Facen) weggenommen/ solche sich auch alsdann submittiren müssen/ und obwohl die Abschnitte diesen Mangel ersetzen sollen/ so giebt doch die tägliche Erfahrung/ wie wenig Vestungen hierdurch erhalten werden/ und bin fast der Meinung/ man müsse die Bollwercke also bauen/ daß wenn der Feind auch ohne Gegenwehre hinein käme/ er doch nicht so gleich posto darinne fassen/ sondern allezeit mit guter Manier wieder heraus könte gewiesen werden/ ich zweiffelte nicht dergleichen Vestungen würden einen Vorzug vor denen iztgebräuchlichen haben. Denn so lange man die Bollwercke in ihren esse erhält/ gehet es schwer und fast unmöglich her/ daß der Feind die Vestung erobern solte/ weiln er ohne Bollwerck sich wohl keiner Cortina anmassen dürffte. Herr Archt antwortete: daß schon viele Ingenieurs diesen Fehler gemercket hätten/ absonderlich urgirte es Herr Rimpler in seiner bevestigten Vestung fast am allermeisten. Herr Novt wolte hier auch etwas darzu sprechen/ nemlich/ wie er iederzeit der alten general-Regul (daß ie gröser die Keel-Linien/ ie stärcker das Bollwerck) ein grosses zugetrauet/ weiln er aber itzt gehöret/ daß solches nur eine tode Linie/ so wäre wohl besser/ man liesse das Bollwerck gantz hohl/ und machte den inwendigen Raum zu einen Graben wie Fig. 193. zu sehen/

ben / da müste dann der Feind / wenn er gleich albereit sich auf der Face postiret (so die Wercke separirt gebauet) alsdann erst ganz durchbrechen / und die Keel-Linien von neuen attaqviren / diese würde nun nicht tod / sondern gegen den Feind sich lebendig gnug erzeigen. Man sehe es ja an Fig. 180. da der Graff von Pagan, alß welcher in vielen Belagerungen observiret / wie zuträglich es wäre hinter der Face einen neuen Graben zu machen / ob zwar solcher Graben daselbst viel zu schmal. Fig. 188 findet sich dergleichen / iedoch ist eben vorhergemeldte incommodität dabey verhanden. Fig. 177. wäre gleichfals darauf eingerichtet / und käme alda schon etwas prächtiger heraus / wenn sonderlich die fördere Face der hintern an Stärcke nichts nachgebe / wiewohl sich solches nicht so ansehen liesse. Herr Archt betrachtete noch immer die Fig. 193. und sagte / das wäre wohl eine a parte Manier von Bollwercken / wie würde es aber mit denen Flancen stehen / wenn der Feind in der Face posto gefasset / ich fürchte es dürfften selbige so dann leicht zu erobern seyn. Herr Novt respondirte / daß man ja an keiner Vestung / obschon der Feind sich in der Face logiret / dieserhalben so gleich auch die Flance cediren würde / viel weniger hier / und sollte Herr Archt ihm doch nicht so vor alber ansehen / das Profil müste freylich etwas anders als sonst beschaffen seyn / er wolte künfftig einen völligen Riß darüber vorstellen / bande auch gleich deßwegen einen Knoten in sein Schnuptuch sich solches wohl ad notam zu nehmen / und privatim weiter darüber zu speculiren / inmittelst möchte Herr Scart ihme doch sein Sentiment der Profile wegen mittheilen / dieser formirte also

Die XII Fürgabe

Fig. 194. 195. 196. 197. 198. 199.

Von Profil der Vestungen / oder des Erd-Horizonts Durchschneidung.

Das Profil der Vestungen ist anders nichts / als eine Erhöhung und Vertieffung des Erdbodens oder Horizonts, den auf den Horizont a b Fig. 194. hat der jenige so bey b stehet eben so viel Gewalt nach a, als der bey a stehet nach b zu kommen.

Setzet man aber nur höltzerne Palisaden c (Fig. 195) darzwischen / so kan der Offensor b. nicht so leicht als vorhero (Fig. 194) nach a gelangen / und diesemnach dienen solche Palisaden c dem Defendenten bey a zu seiner Beschützung. Dergleichen Art zu defendiren sich die Mohren in West-Indien sehr gebrauchet / alß die Spanier selbige Länder eingenommen.

An statt des Holtzes nun / haben die Alten (Fig. 196.) Mauren d. gemachet / welche dem Feuer und der Nässe oder Fäulung besser wiederstehen können / und dahero nicht so leicht alß das Holtz zu ruiniren gewesen. Nachdem ferner befunden worden / daß der Feind allzugeschwind ohne Hinderung an der Mauern Fuß gelangen können / alß haben sie solche Mauren (Fig. 197) noch mit einen ausgeworffenen Graben e. versehen / und diese Art zu bevestigen mag wohl am allerlängsten auf der Welt üblich gewesen seyn / wie vielfältig in der heiligen Schrifft und alten Historien davon zu lesen ist / und man biß dato noch an vielen Alten auch theils nicht so gar alten Städten und Schlössern siehet.

Weiter sind (Fig. 198) doppelte Mauren d und f mit den Graben e. gebauet worden (daran d. die innere-oder Haupt-Mauer / f aber die äusere oder Zwinger-Mauer) aus Ursachen / daß wenn der Feind gleich den Graben e wie auch die Mauer f. passiret und eingenommen / er dennoch zwischen 2 Mauren d und f. und also zu sagen / wie in einen Graben zu stehen kommen / dahero genöthiget würde / die Mauer d von neuen zu erobern. Es sind auch zum Uberfluß die Gräben von ausen mit Zaun-oder

Stacketen-Werck g. versehen gewesen. Diese Art zu bevestigen möchte man billig die letzte nennen/denn waß ist solches anders als itzt gebräuchliche Profile Fig. 199. nemlich: die Haupt-Mauer d. repræsentirt allhier den Hauptwall/ die Zwinger-Mauer f. hier die Fouſſebray oder Zwinger/ der Graben e ist eins/ nur daß solcher itzt breiter als vor Alters gemachet wird/ und an statt des Zaun-oder Stacketen-Wercks ist hier die Bedeckung des Lauff-Grabens verhanden.

Bey solcher Beschaffenheit sagte Herr Novt, ist wohl leicht der Schluß zu machen/ daß ie höher die Wercke d und f. und ie tieffer und breiter der Graben e ie stärcker sey auch die Vestung. Aber Herr Scart wolte dieses nicht bejahen/ ihme die Exempel vorstellend/ als: da bey Belagerung Breda, Philipsburg/ und andern/ die Belagerten ihre Brustwehren abtragen und die Wercke d selbst unter währender Travaille erniedern müssen/ dahero fast alle Ingenieurs über die gewöhnliche Höhe des Walls nicht gerne schritten/ dergleichen Materia aber die Höhe des Walls betreffend etwas genauer zu untersuchen war

Die XIII Fürgabe Fig. 200.

Von der Höhe des Walls.

Ordinair wird die Höhe des Walls i m. 14 bis 18 Rheinländische Schuh hoch gemachet/ worauf man eine Brustwehr von 6 bis 7 Rheinländischen Schuh hoch m n. setzet (nemlich nach der ohngefehren Höhe eines Mannes) mit einen Bäncklein oder Abtrit 1 bis 1½ Schuch hoch/ daß also die gantze Höhe des Walls i n 20 bis 24 Rheinländische Schuh beträget. Die Ursache daß man solchen nicht gerne höher machet ist: Wenn der Feind etwan bis o avanciret/ und die Belagerten über Banck-oder Brustwehr haben schiessen wollen/ so hat die Brustwehr um das Theil n r p müssen abgetragen werden. Hierdurch aber ist der Vestung doppelter Schade zugewachsen/ dann vor eins haben sie ihre Brustwehr um das Theil n r p geschwächet/ zum andern hat der Feind von seiner Batterie f. das Stück n p q gar leicht weg heben können/ daß also die Belagerten hernach nicht mehr als etwa noch 3 biß 4 Schuh zur Bedeckung behalten/ und dahero gantz bloß stehen müssen. Herr Archt gedachte/ daß die Schieß-Scharten dis schon verhindern könten/ aber Herr Scart wolte auch dis nicht billigen/ weil sich eben dergleichen incommodität darbey befände/ insonderheit wäre noch eine principal-Ursache dieser wegen verhanden/ nemlich: **daß ein horizontal-Schuß mehr raſirte/ als 10 andere die von der Höhe in die Tieffe geschehen.** Dahero fruchteten die Schösse von einen hohen Profil sehr wenig/ welches bey vielen Belagerungen observiret worden/ denn ie niedriger man den Feind die Balance halten könte ie besser wäre es. Was Herr Novten anbelanget/ der blieb indessen bey seiner Meinung daß mit guten Fug der Hauptwall gar wohl noch um ein mehrers könte erhöhet werden/ absonderlich wenn eine Fouſſebray verhanden/ und die Fronte des Hauptwalls gemauret wäre/ denn es müste wohl wahr bleiben/ daß ie höher und dicker eine Mauer ie stärcker sie auch sey/ also müste ja auch der Wall ie höher er wäre/ (obschon nicht dicker) gleichfalls stärcker seyn/ er wolte zu Hause dieses genauer untersuchen/ wegen der horizontal-Schösse schon auch ein Mittel erfinden/ und künfftig Herr Scarten die Risse davon zustellen/ inzwischen solte er ihm doch den Zweifel benehmen/ was bey vorhergehender 3 Fürgabe gedacht worden/ hier durch

Die XIV Fürgabe

Fig. 201.

Ob eine Vestung mit einer second-Flanc besser / als ohne dieselbe sey.

Die Alten und sonderlich Speckle haben keine second-Flanc gemacht/ deren sich aber die nachfolgende/ nemlich: Marolois, Freytag / und viele andere wie aus deren vorher entworffenen Rissen zu sehen/ mehrentheils bedienet / hingegen lassen etliche der neuesten Scribenten / insonderheit der Französische Ingenieur Vauban die second-Flanc wieder weg / und ergreiffen also lieber das alte wieder / und die Warheit zu bekennen / so ist die second-flanc an einer Vestung ein unnöthig Stück/ die Ursach zeiget Fig. 201. allwo eine Polygon mit-und ohne second Flanc auffgerissen / als: Erstlich/ so a b und h g die Flancen, und b g die Cortin, diesen nach giebt b c die second Flanc. Zum andern / wenn a d. und h f die Flancen, und d f die Cortin, so wird keine second Flanc verhanden seyn. Drittens / so a d und h f Flancen, und d c e f die Cortin, ist abermahls keine second Flanc verhanden. Nun scheinet zwar die second Flanc b c länger alß das Stück b d zu seyn/ betrachtet man aber solches der defension nach etwas genauer / so findet sich / daß b d eben so viel Canonen als b c und zwar weit füglicher und verdeckter hegen kan / daß also die Cortin c e der Cortin d f zwar nicht an Länge / iedoch an der defension nichts bevor giebt / denn was durch die weggenommene second Flanc, der Cortin b g abgehet / das wird hingegen der Flanc a b durch b d wieder zugesetzet. Aus diesen allen folget / daß die second Flanc an einer Vestung nicht eben in so gar grosse consideration zu ziehen / sondern kan mit guten Recht davon bleiben / der Vestung wird an benöthigter defension deßwegen nichts abgehen. Sehet meine Herren wieder was neues / sagte Herr Novt, ich habe iederzeit gedacht / die alte Regul von der second Flanc müste nothwendig seyn/ und hätte mir solches nimmermehr abdisputiren lassen / nun aber will ich die second Flanc aus meiner Fortification gäntzlich verbannen / es bildete sich auch Herr Novt ein/ daß wenn man dieses vor 100 Jahren ans Tagelicht gebracht / daß wohl niemals einige Vestung auf der Welt mit einer second Flanc dürffte gebauet worden seyn. Herr Scart aber bewiese ihm / daß solches gar nichts neues / er solte nur Fig. 176. betrachten / da würde er alles finden / was bis dato noch gebräuchlich wäre / ausser daß man die perpendicularen Flancen itziger Zeit nicht passiren liesse / dis gab Gelegenheit zu

Der XV Fürgabe

Fig. 202.

Welche Flancen, nehmlich/perpendicular oder schräg/ an besten.

Man siehet an vorhergemelter Autorum entworffenen Rissen mehrentheils perpendiculare-an etlichen der neuesten aber schräge Flancen. Nun werden die Flancen (als hier die Schräge n i oder die perpendiculare m i) wohl zu keinem andern Zweck angeleget / als daß sie die gegen überstehende Face o p. und dem dafür liegenden Graben defendiren sollen. Ferner ist bekand / daß wenn man etwas mit Stücken beschiessen will / so werden die Batterien allezeit recht in gerader Linie gleich über angeleget / die Flancen sind aber eigentlich nichts als Batterien, dahero

sagte Herr Archt, bin ich auf die Gedancken gerathen nicht übel zu thun / die Länge der Streich-Linie o i abzunehmen / und damit aus o den Bogen i n zu ziehen / um die begehrte Flance zu bekommen / möchte auch wohl gleich viel seyn / ob die Flance n i nach der geraden oder gebogenen Linie bereitet würde (dis ist auch bey Ausrechnung der Tabella Fig. 167. practiciret worden) solche Flance n i wird der Face p o. recht gegen über liegen / und ist vielleicht zuträglicher / alß wenn n i perpendicular auf o i gesetzet wird / wiewohl diese beyderley Arten einen wenigen Unterscheid haben. Die perpendicular-Flance m i ist nicht nur ein grosses kürtzer / als die schräge Flance n i sondern es kan auch n i mehr Canonen und Musqveten als m i fassen. Hier machten sie Herr Scarten etliche Einwürffe nemlich: daß diese Art Flancen n i. den Bollwercken viel Abbruch thäten. Denn vors erste / würde dadurch dem Bollwerck zu beyden Seiten das Stück n m i gleichsam abgeschnitten / wolte man nun einen Cavallier auf solche Bollwercke setzen / so könte er leicht selbst urtheilen / wie vortheilhafft seine Flancen wären. Vors andere gienge der Face das Stück n m gleichfals ab und würde um so viel kürtzer. Und vor das dritte könten auf der gebrochenen Linie n m i eben so viel Stücken und Musqveten / als auf n i stehen. Dieser aber verdefendirte sich in etwas folgender maaßen. Vors erste hätte man an ieder Vestung mehr auf die Grösse der Linien / insonderheit aber der Flancen, als auf den grossen Raum der Bollwercke zu sehen / einen Cavallier aufs Bollwerck zu setzen / wolte er schwerlich resolviren / es müste ihm denn sonderliche Noth darzu treiben / und könte solchen Cavallier schon ein besser Lager angewiesen werden. Vors andere hielte er von einer langen Flance weit mehr / als von einer langen Face, weil die Face nur der Flancen und des Bollwercks Bedeckung / wenn die langen Facen einer Vestung zuträglich wären / solten sie selbige von q biß r und von o biß r gelten lassen / da könten viele Unkosten erspahret werden / denn man brauchte weder Flance noch Cortin, überdis würde n r. eben so viel Stück und Musqveten als n m i oder n i fassen / und auf solche Art wäre auch der dritte Einwurff leicht zu beantworten / weiln er nicht gerne die Bequemlichkeit der Linie n i vor die Unbequemlichkeit der gebrochenen Linie n m i wolte fahren lassen. Herr Novi hatte inmittelst über diese Fürgabe auch seine Einfälle gehabt / und muthmassete / daß vielleicht wohl möglich wäre / eine gute Vestung aus lauter Facen gleichsam wie ein Stern zu projectiren / item, auf eine andere Manier, von nichts als Flancen und Cortinen mit ihren Bedeckungen / dieses darzu thun offerirte er gleichfals zu Hause etliche Risse zu verfertigen und sämtlicher Compagnie zu communiciren / indessen geschahe an Herr Scarten

Die XVI Fürgabe

Von der Faussebray oder Zwinger.

Dieser sagte / daß etliche die Faussebray (1.) gantz um die Vestung herum / andere (2.) nur vor die Cortin, und viele (3.) selbige nur vor die Facen, ingleichen auch (4.) wohl gar keine Faussebray haben wolten.

1. würde die Faussebray mehrentheils deswegen um die gantze Vestung herum angeleget / daß der Graben horizontal defendiret / die Runden um die Vestung bequem zu verrichten / ein Gesicht in der niedere zu haben und alles füglicher zu entdecken was der Feind in Graben vornehme / die Ausfälle besser zu bewerckstelligen / auch daß der Feind nicht so geschwind an Hauptwall gelangen möge / in Summa, alle diejenigen Vortheile zu haben / was zur niedern defension nöthig sey / und dahero

ist

ist auf dergleichen Art an den meisten Vestungen / (wo eine Faussebray verhanden) selbige rund um gebauet. Insonderheit kan Herr Rimpler in seiner bevestigten Vestung nicht gnugsam rühmen / was Nutzen die Faussebray in der Candischen Belagerung / welche rund um die General-Retraiten angeleget / gebracht / alß wodurch die Türcken ihren erhaltenen Posten vorn Bollwerck Panigra, welchen zu fassen sie in die 8 Monat zubringen müssen / hernach durch Behuff der Faussebray in aller confusion wieder zu verlassen verobligirt worden / wie dessen ausführliche Rationes daselbst mit mehrern zu lesen.

2. Etliche wollen behaupten daß man sich in Front aus der Faussebray vor dem Bollwerck wenig wehren / auch der Feind solche daselbst wegen ihrer Niedere / absonderlich bey trockenen Graben / bald erobern könte / so dann hätte er die schönste avantage unten an Hauptwall posto zu fassen / auch wohl gar in der Furie mit leichter Mühe hernach den Hauptwall zu erobern / welches alles nicht so leicht zu practiciren / wenn keine Faussebray verhanden / denn da wäre der Graben rein / und müste der Feind den Hauptwall zu besteigen weit grössere Mühe haben / auch mehr als sonst hazardiren / darneben sich von der Faussebray (der Cortin und Flance) bestreichen lassen. Dergleichen Art nun bedienen sich die Frantzosen itzo sehr / an statt der Faussebray vor denen Facen aber wird ein Chemin, (le Chemin des Rondes) oder kleine Mauer wie Speckle schon zu seiner Zeit anführet / gebauet.

3. Andere sagen in Gegentheil / daß die defension der Faussebray von der Cortin wegen ihrer Schräge wenig oder gar nichts nutz / und also könte solche der Unkosten wegen gar wohl an dergleichen Orten weg bleiben. Man siehet aber nicht viel Vestungen die auf solche Art gebauet wären.

4. Welche gar keine Faussebray haben wollen / führen mehrentheils eben die Rationes an / derer jenigen / welche sie nicht vor den Facen haben wollen / nemlich: daß solches nur vergebliche Unkosten / man könte an deren statt lieber etliche Aussenwercke dafür bauen / und dem Feind damit mehr als mit der Faussebray zu thun geben.

Was soll man aber glauben / waren Herr Stauens Worte.

Herr Scart meinte / es könte alles vor bekand angenommen werden / nachdem die defension angeordnet / und die Situation und Bau-Materien beschaffen wären / und hiervon wolte er künfftig nach Entwurff etlicher Risse weiter raisoniren / vorjetzo aber seyn lassen.

Die XVII Fürgabe

Von der Berm oder Zehe an einer Vestung.

Die Berm ist ein Absatz an den Hauptwall und sehr gebräuchlich an denen Wercken / so von lauter Erde auffgeführet werden / wie man sonderlich an denen Holländischen Vestungen siehet. Die Ursache ist / daß die Erde des Hauptwalls besser ruhen / und nicht so leicht in Graben rutsche / item daß bey Schiessung der Brechen die niedergeschossene Erde auffgehalten / und die Reparatur füglicher geschehen möge / nicht weniger einen freyen Umlauff um den Hauptwall zu haben / und auf solche Art recommendiret Herr Speckle sein Brust-Mäuerlein / welches eigentlich nichts anders als eine bedeckte Berm ist.

Herr Stan als ein Artillerist wolte von solchen Brust-Mäuerlein nicht viel halten / weil man keine Stücken darhinter stellen könte / und wäre in diesen Fall ein breiter Zwinger oder Faussebray weit besser. Herr Archt hingegen meinte / man könte

auch wohl nicht wiederlegen / daß wegen obgedachter Vortheile der Hauptwall mit einer Brust-Mauer weit besser / als ohne Brust-Mauer sey / wiewohln er hierinne der Fausſebray den Vorzug gerne gönnen wolte / indem mit Beyderley auf die defension des Grabens zugleich das Absehen gerichtet. Weiln nun hier des Grabens gedacht wurde / alß entstunde:

Die XVIII Fürgabe
Von Graben derer Vestungen.

Vor ohngefehr 100 und mehr Jahren sind theistentheils die Gräben der Vestungen nur 2. 3 bis 4 Ruthen breit / und also sehr schmal / obwohl nach proportion tief genug gemachet worden / wie an vielen Städten annoch zu sehen / alß man aber bey unterschiedlichen Belagerungen wahr genommen / daß diese Breite nicht zulänglich / sintemal die Belagerer selbige mit Fachinen gar bald ausfüllen / auch wohl durch übergeworffene Balcken oder darzu verfertigte Machinen eine Brücke geschwind darüber werffen oder machen können. Derowegen ist mit der Zeit diese Breite des Grabens vermehret worden / daß numehro die obere Breite nicht gerne unter 10 biß 12 Rheinländische Ruthen genommen wird / in Ansehung man über solche Breite nicht so gleich Balcken werffen / oder einige Machinen verfertigen kan / die allezeit practicabel wären.

Der Tieffe des Grabens wird ordinair 10 biß 12 Rheinländische Schuh gegeben / iedoch wenn solches die Situation leiden will / auch offtmals tiefer.

Ferner sind der Gräben zweyerley / nemlich truckene- und Wasser-Graben / darum nicht unbillig entstehet

Die *XIX* Fürgabe
Ob ein truckener- oder Wasser-Graben besser sey.

Etliche wollen behaupten daß ein truckener Graben weit zuträglicher / auch viel besser als ein Wasser-Graben könte defendiret werden / aus folgenden ohngefehrlichen Ursachen.

Es wäre denen in der Vestung nichts zuträglichers als sichere Ausfälle zu thun / und solches könne am füglichsten durch die truckenen Gräben geschehen.

Wenn der Feind in den Graben gelanget / könte man ihm mit Traversen und Gegengraben grossen Abbruch thun / Caponiers drein machen / des Feindes Gallerie stets zu beyden Seiten anfallen / die Erde und Fachinen davon wegschleppen / und was dergleichen Vortheile mehr wären.

Herr Novt wolte nichts hiervon halten / sondern seinen Gedancken nach lieber eine Vestung an trockenen Ort als in Wasser attaqviren / man erführe es ja täglich / daß die Belagerer (eines mit Wasser-Gräben befestigten Orts) auf nichts mehr umgiengen und dahin trachteten / alß nur wie das Wasser aus den Graben (wenn solcher absonderlich über Manns tief) so viel immer möglich heraus zu bringen. Uber den truckenen Graben hätte man die beste Gelegenheit / wohl 3 Gallerien neben einander zu führen / und dürffte die Erde gantz nicht herzu geschleppet werden / weiln deren bey Einschneidung des Grabens / so viel nöthig / schon zu gewinnen. Aber über einen Wasser-Graben (der zum wenigsten 7 biß 8 Schuh Wasser hält / und nicht abgezapffet kan werden) die Gallerie zu bringen / hat gewiß etwas mehrere Mühe / und ist leicht zu erachten / was vor Travaille erfordert werde / alles herbey zu schaffen / Fachinen, Bretter / Balcken / Pfosten / Erde und dergleichen. Obschon möchte

möchte eingewendet werden/ daß die Belagerten in Wasser-Graben die Gallerie nicht anfallen/ sondern nur von der Seiten aus denen Flancen, und in Front von oben her sich etwas wehren könten/ so bin ich doch gantz anderer Meinung/ und wolte gewiß zu beyden Seiten der Gallerie einen guten partikel wegfischen ehe solche bis ans Bollwerck gebracht würde/ auf was Art aber solches geschehe/ wolte Herr Novt künfftig darthun/ inmittelst solte ihm doch Herr Scart sein Sentiment sagen betreffende

Die XX Fürgabe

Was von den Cassematten der Bollwercke zu halten.

Die meisten/ ja fast alle Autores halten solche in hohen æstim, die jenigen aber welche das Contrarium behaupten wollen/ geben vor/ daß die Cassematten die Bollwercke gar zu sehr verringerten und von denen Keel-Linien gar wenig überbliebe. Man hätte darinnen keinen sichern Stand/ wenn der Feind von aussen hinein canonirte/ und würden die Stücken darinne gar bald zum Stillschweigen gebracht/ über dis wann der Vestungs-Graben trocken/ könte gar leicht eine Entreprise oder Uberrumpelung durch solche Cassematten geschehen/ und was dergleichen Ursachen mehr sind. Herr Stanen deuchteten diese Rationes viel zu wenig/ denn daß das Bollwerck dadurch verenget würde/ sey billig zu glauben/ es wäre aber vielleicht der Nutz der Cassematten dem Raum des Bollwercks noch wohl fürzuziehen. Was den sichern Stand darinne anbetrefe/ würde es aufn freyen Bollwerck noch viel weniger sicherer seyn/ und könte diesen Unheil durch vortheilhafften Bau schon abgeholffen werden. Daß aber eine Uberrumpelung durch solche Cassematten geschehen solte/ hätte noch weniger statt/ denn in Friedens-Zeiten durch etliche wenige Palisaden oder einer schwachen Mauer dieser Furcht leicht zu begegnen wäre/ bey Belagerungs-Zeiten aber besetzete man dergleichen Posten gnugsam/ daß kein Feind sich so leicht unterfangen würde/ einigen hazard vorzunehmen. Der Nutzen der Cassematten ist nicht gering/ absonderlich kan solches bey Belagerung Candia nicht gnugsam gerühmet werden/ was Schaden die Türcken daraus empfunden/ und wie offt selbige dadurch delogiret worden. Keine defension ist den Graben zuträglicher/ als die/ welche aus denen Cassematten geschiehet/ und kan ein einiger Schuß der von daselbst in den Graben an des Feindes Gallerie abgehet mehr raziren (weil solcher horizontal geschiehet) als viele andere von Hauptwall nicht zu thun vermögen.

Herr Novt stunde gantz entzuckt/ als er die Cassematten so sehr loben hörte/ und speculirte albereit in Gedancken/ wie etwa an einer Vestung dergleichen mehr als bißher geschehen anzubringen/ weil sie so nutzbar wären/ es verobligirte sich auch Herr Novt ehestens einen Entwurff darüber zu machen/ und solten die Außenwercke nicht damit verschonet bleiben/ welche ohne dis nach derer meisten Urtheil einer grossen Correction bedürfftig/ dahero solte Herr Scart doch auch ein wenig melden durch

Die XXI Fürgabe

Was von denen itzt gewöhnlichen Außenwercken zu halten.

Diese bestehen (wie albereit in vorhergehender 5 Fürgabe gedacht worden) in Ravelinen/ halbe Monden/ Cron- und Hornwercken/ einfache- und doppelte Tenaillen wie bey Fig 175 zu sehen. Nun wollen die meisten Ingenieurs allen Aussenwercken/ außer den Ravelinen/ nicht gar viel zutrauen/ weil solche Wercke alzuschwach den Feind zu wiederstehen/ und dahero der Garnison mehr Verlust als Gewinn brächten/ vor-

nemlich müsten selbige mit der besten Mannschafft versehen seyn / welche der ersten Hitze oder Furie des Feindes die balance halten könten. Man hätte Exempel gnug / wie geschwind dergleichen Aussenwercke übergiengen / da denn die Mannschafft und alles andere meist so gut als verlohren / sintemal die Retraite (wenn selbige in wehrender Action geschehe/) mehrentheils confus zugienge / hierdurch entfiele so dann zum Theil denen Belagerten der Muth gar leichtlich / da hingegen die Feinde desto mehr Courage empfingen / und sich schon Meister aller übrigen Wercke einbildeten.

Denn die Cronenwercke als die grösten unter allen hätten wohl ein magnifices Ansehen/in der That aber wolte sich ihre vermeinte Gewalt nicht hervor thun / weiln in Fronte der Graben zu schmal / und das Profil wann selbiges etwas hoch/ die defension gantz weg nehme / zur Seiten wäre die defension von Hauptwall zwar nicht gering / aber kein Feind wird so artlich seyn / daselbst den Anfall zu thun / sondern es geschiehet in Fronte, und geben es die Exempel nur alzuviel / daß die emportirung dergleichen Wercke eher geschehen / alß man sich eingebildet. Und alle diese incommoditäten befänden sich auch bey denen einfachen-und doppelten Tenaillen, item Hornwercken. Die halbe Monden welche vor die Spitze der Bollwercke geleget würden / hätten gar geringe defension, und könten dahero gar leicht erobert werden. Herr Novt wolte schlechter Dings die Aussenwercke nicht verworffen haben / man sehe ja noch hin und wieder an vielen berühmten Vestungen dergleichen Aussenwercke / welche auch mehrmaln ihre Devoir gnugsam erwiesen / dahero müste die Situation wie auch die künfftige Besatzung eines ieden Orts wohl beobachtet / und nicht nur nach der allgemeinen Regul Aussenwercke angeordnet werden. Die Spanier vor Ostenda / und die Türcken vor Candia hätten der Aussenwercke Widerstand gnugsam empfunden/anderer neuern Exempel zugeschweigen. Denn wann keine Aussenwercke passiren solten / so dürffte man auf solche Art auch keine Contrescarp oder bedeckten Weg bauen / welche ebenermassen anders nichts als vor ein Aussenwerck zu rechnen / und doch ein nothwendig Glied der Vestuung wäre / so kein Ingenieur negiren würde / darum geschahe an Herr Searten

Die XXII Fürgabe

Von der Contrescarp, bedeckten Weg oder Lauff-Graben.

Die Contrescarp repræsentiret die äusere Vestung / welche ein Feind zuvor überwältigen und sich selbiger impatroniren muß / ehe er in den Graben und zum Hauptwall gelangen will. Vor diesen hat man solche über 2 bis 2½ Ruthe nicht breit gemacht / itzo aber wird ihr eine Breite von 4 bis 5 und mehr Ruthen gegeben / die Ursache ist: daß wenn der Feind die Contrescarp mit Gewalt oder furiös angefallen/ kein Platz oder Raum verhanden gewesen / etliche Trouppen darinne zu postiren/oder einige Caponiers oder place de armis zu machen / dahero wegen Enge des Orts die Belagerten bald weichen / und den Feind die logirung zu nehmen wider Willen zulassen müssen.

Etliche wollen gar eine doppelte Contrescarpe haben/deren sich allbereit vorlängst Herr Speckle bedienet/ nach ihme aber Herr Neubauer/ Herr Scheiter / samt andern mehr/ man kan auch laut dero gethanen remonstration, dergleichen gar wohl annehmen/absonderlich scheinet Herr Neubauers doppelte Contrescarpe nicht unbeqvem zu seyn/weil solche in specie der Ausfälle wegen/vor die Cavallerie sehr zuträglich / welche vortheilhafft darein zu postiren / auch sonst den Feind die Passirung zum Graben sehr kan verhindert werden. Herr Novt war mit ihme einerley Meinung / daß die Contrescarp vor allen Dingen in Obsservanz müste gezogen werden / und könte man sie mit

guten

guten Recht die äusere oder äuserste Vestung nennen / als worüber ein wohlbekannter Autor artliche Gedancken hätte / daß sich die Commendanten itziger Zeit mehrentheils biß aufs äuserste / das ist / biß auf die äuserste Vestung oder Contrescarp wehrten / derohalben wäre fast nöthig / daß man die Contrescarp stärcker als den Hauptwall machete / denn auf solche Art sey der Hauptwall und grosse Graben nicht viel nutz / und stünden / so zu sagen / nur pro forma dar / weil heutiges Tages wenn die Contrescarp erobert / eine Vestung auch alsdann vor verlohren geschätzet wird / dahero ja leicht zu schliessen / daß die Bollwercke bey so gestalten Sachen nicht sufficient einander gnugsam zu defendiren / sondern noch grosse Fehler haben müsten. Herr Scart hatte solcher wegen gantz andere Gedancken / weiln gnugsame so wohl alt- als neue Exempel verhanden / daß an manchen Vestungen die Aussenwercke / Contrescarp und gar die Wälle erobert gewesen / nichts desto weniger hätten die Belagerten noch an keinen Accord gedacht / es sey mehr hierbey zu betrachten / denn keine Vestung / die Wercke mögen noch so gut starck und vortrefflich seyn / wehret oder defendiret sich selbst / sondern es kömmet auf die Besatzung oder Menschen an.

Hat eine Vestung einen resoluten Commendanten aber zaghaffte Soldaten / so wird die Vestung gewiß eher übergehen als man vermuthet / auch der Commendant mit aller seiner Courage und Stärcke der Vestungs-Wercke nichts anders ausrichten / als daß er von den meisten unwissenden nur Spott und Hohn zugewarten / wenn seine Unschuld gleich allzuklar ist.

So eine Vestung mit tapffern Soldaten und einen zaghafften Commendanten versehen / ists fast noch ärger als vorhergehend / denn bey solcher Gelegenheit wird mehrentheils die Garnison in des Feindes Hände gespielet / ja wohl gar auf die Schlachtbanck hingeopffert / dergleichen Exempel sind bißher mehr passiret / alß manchen Potentaten lieb gewesen.

Wenn aber ein tapfferer Commendant und resolute Garnison oder Untergebene verhanden / allda wird ein Feind schon etwas mehr Arbeit finden / ich will zum Exempel nur derer jüngsten Belagerungen ein wenig gedencken. Als die Türcken Anno 1683 die Käyserl. Residentz Wien belagerten / gebrauchten sie alle List und Gewalt der Eroberung theilhafftig zu werden / hatten auch allbereit die Contrescarpe eingenommen / ein Ravelin gleichfalls völlig in Besitz / den Graben passiret / und in zweyen Bollwercken grosse Brechen geleget / aber der tapffere Commendant und die resolute Besatzung accordirte deßhalben noch keines weges / ob es schon fast zur extremität gekommen war / hielten sie sich doch Löwenmüthig / und erwarteten den Entsatz mit Freuden / waß dieser Entschluß der gantzen Christenheit vor Gewinn gebracht / ist mit keiner Feder zu beschreiben. Alß nach diesen das Heil. Röm. Reich seine Victorien weiter prosequirte / attaquirten die Käyserlichen in folgenden Jahre darauf die Hauptstadt Ofen / brauchten grosse Gewalt dafür / kunten aber den Ort nicht gewinnen / obschon die Wercke dieser Vestung nicht eben so gar considerable, ohne daß die Natur dem Ort ziemliche Bevestigung mitgetheilet / da waren nun die Wercke an der nicht Eroberung gewißlich nicht Schuld / sondern die desperate Gegenwehr verursachte / daß die Käyserlichen ohne Effect dismal abziehen musten. Künfftiges 1685 Jahr muste Neuhäusel herhalten / und brauchten die Käyserliche gleichfalls grosse Gewalt dafür / hatten auch allbereit die Contrescarp und den Graben innen / benebst an zweyen Bollwercken und einer Cortin grosse Brechen gemacht / nichts desto weniger war die Besatzung resolviret den Sturm / wiewohl zu ihren höchsten Schaden / zu erwarten / auf dis Glück. Machten sich die Kayserlichen mit andern Auxiliar-Völckern Anno 1686 wieder vor Ofen / aber sie empfunden solchen Widerstand / daß mancher bey diesen Ofen sehr warm gehalten wurde / und obschon die Mau-

ren an etlichen Orten viel Clafftern weit geöffnet worden / wolte doch die Besatzung von gantz keinen Accord hören / sondern wehrten sich recht desperat, biß endlich solche Vestung durch GOttes Hülffe nach grosser gehabter Mühe durch Sturm übergienge. Wie hartnäckicht Belgrad oder Grichischweisenburg und andere Türckische Oerter sich gegen die Käyserlichen bey deren Eroberungen erwiesen / ist gnugsam bekand / da es gewißlich niemals nur auf die Contrescarp allein ankommen. Wir wollen uns nun sagte Herr Scart ferner auch zu andern Belagerungen wenden / und sehen / wie selbige abgelauffen / als:

Fast zu Ende des 1688 Jahres belagerten die Franzosen unvermuthet die Gräntz-Vestung Philipsburg / der Commendant erwiese sich zwar tapffer / aber nachdem einige Aussenwercke / ingleichen die Contrescarp erobert / und das Wasser aus den Gräben abgezapffet wurde / auch kein Succurs von Käyserlicher Seite so bald zu hoffen war / accordirte die Besatzung und wolte der Extremität nicht erwarten.

Anno 1689 belagerten die Aliirten Maynz und Bonn / welche sich ziemlich scharff wehrten / iedoch nachdem die Contrescarpen erobert / giengen auch beyde Oerter per Accord über. Anno 1690 belagerten die Franzosen Mons oder Bergen in Hennegau und Anno 1692 darauf Namur / welche beyde Orte vor unüberwindlich ausgeschrien wurden / nichts desto weniger nachdem die Contrescarpen erobert / accordirten die Belagerten. Mit Charleroy, Huy, item mit Casal und vielen andern mehr ist es fast gleichfalls also hergangen / ob wohl solche Vestungen mehrentheils nicht allein an Wercken / sondern auch an Situationen weit considerabler, als vorhergemeldte Ungarische Vestungen / dennoch ist kein einziges Ort darunter durch Sturm / sondern seynd allezeit per Accord übergangen. Auf solche Art sagte Herr Novt, defendiren die Türcken ihre Vestungen besser als unsere Völcker / weil sie sich recht (wie es iederzeit heissen soll) biß auf den letzten Mann wehren / und niemals von einigen Accord hören wollen. Der Herr verzeihe mir / erwiederte Herr Scart, dieser Schluß wäre viel zu ungereimt / die Türcken können ebenfalls so gut als andere Nationen accordiren / welches Canischa, Erla / Großwardein ꝛc. gnugsam bezeugen / daß sie aber in Ofen Neuhäusel / Belgrad ꝛc. sich / wie man zu sagen pfleget / biß auf den letzten Mann gewehret / das könte von der Stadt Wien ebenfals gesaget werden / daselbst man ihnen an heroischen Muth nichts bevor geben / zweiffle auch sehr (obgleich die Besatzung die Extremität sahe / und noch ferner hätte sehen sollen) daß sie sich zum Accord würden resolviret / sondern viel lieber ihr Blut heldenmüthig auffgeopffert haben / weil sie doch keinen guten Accord so dann sich zu getrösten / sondern vielmehr von diesen Barbarischen Feinden alle Grausamkeit erwarten müssen.

Daß aber Philipsburg / Maynz / Bonn / Mons / Namur / Casal, Charleroy &c. keines durch Sturm / sondern alle mit Accord übergangen / sind andere Ursachen verhanden. Man muß zwischen den streitenden Partheyen einen Unterscheid machen / denn eines Theils ist / da Christen gegen Heyden / oder Heyden gegen Christen / andern theils aber / da Christen gegen Christen streiten. Weiln nun die Türcken in ihren Alcoran sonderliche Gesetze haben sollen / denen Christen kein Ort (vornemlich wenn ihre Religion eine Zeitlang darinne exerciret) in der Güte zu übergeben / alß ist ihm dieser Articul zwar iederzeit von denen Christen tapffer wieder beantwortet / bißhero aber gar in eine andre Form gegossen und ihren Alcoran ein ziemlicher Overstrich angebracht worden. Darum darff man nicht so gar sehr eyfern / wenn Christen gegen Christen oder Gleichläubige dergleichen Hartnäckigkeit gegen einander etwas moderiren / es ist gnug / und gewiß sehr zu bedauren / daß um einer Hand voll Erde (eine Vestung gegen den gantzen Erdboden gerechnet) so viel Menschen-Blut vergossen

wird /

wird / denn solte man zusammen bringen / wie viel tapffere Heiden / und was vor eine Anzahl Menschen auf Christlicher Seite / nur wegen Philipsburg / Maynz / Bonn / Mons Namur Casal, Charleroy &c. ihr Blut auffgeopffert / gewiß! es würde ein ziemlich facit heraus kommen. Was hat das eintzige Ort Namur allein in jüngsten zweyen Belagerungen nicht vor eine grosse Menge Volcks heroisch-und tapffere Helden weggenommen / es würde diese Stadt ob sie gleich sehr considerable viel zu wenig dargegen zu achten seyn. Indem sie also discurirten bracht gleich Herr Scartens Diener die wöchentlichen Avisen, darinne unter andern die Eroberung und Accordirung der Stadt Barcellona enthalten / welche erfolget / nachdem die Frantzosen nicht alleine die Contrescarp, sondern auch allbereit in zweyen Bollwercken posto gefasset / und ziemlich Volck vor solchen Ort lassen müssen. Herr Scart meinte / dis heisset gewißlich nicht biß auf die Contrescarp, sondern auffs äuserste sich defendiret. Wer wolte nun behaupten / daß so wohl die Menschen als die Vestungen ihre Devoir nicht erwiesen. Es ist eine allgemeine Seuche / daß wenn man höret / wie eine Vestung belagert wird / man also gleich (absonderlich wenn der belagerte Ort uns anverwand / oder unsern Alliirten zuständig) den Commendanten und die Garnison in Gedancken animiren will / solchen Ort biß auf den letzten Mann zu defendiren. Kömt Nachricht / daß die Vestung zu accordiren geneigt / o was vor schöne Urtheile werden nicht darüber gefället! ein ieder erzürnet sich gleichsam in seinen Gemüthe. Folgt endlich gar / daß der Ort per Accord übergangen / so gehet das Klagen erst recht an / und wünschet man der Garnison alles Unglück auf den Halß / es schickte auch mancher den Commendanten lieber alsobald gar ein Cartel deßwegen zu. Ein anderer examiniret des Commendanten Fehler / welche er in der Defension begangen / und will so zu sagen die Correction thun / wie es besser hätte seyn können / ob ihme schon weder der Ort / noch der Commendant, viel weniger andere Umbstände bekand. Herr Novt sahe wohl / daß Herr Scart mit ihme nicht einerley Sinnes / derohalben wolte er sich nicht weiter in Discours einlassen / sondern vielmehr dahin bedacht seyn / eine Vestung zu inventiren die bey nahe unüberwindlich seyn / und sich länger als bißhero geschehen halten sollte. Herr Scart wünschte guten Fortgang / und würde sein Vorhaben desto glücklicher seyn / wenn er die 3 general-Maximen dabey wohl in acht nehme / welcher Herr Rimpler in seiner bevestigten Vestung gedacht / nemlich:

1. Daß die Vestung nicht allein gegen die feindlichen Wercke / Artillerie und Infanterie gebauet / sondern sich auch inwendig wehren könne / ingleichen die gantze Vestung Stück vor Stück müste erobert werden.
2. Die Artillerie beständig zu pflantzen / und mit ihrer Deckung also zu versehen / daß selbe von der feindlichen Artillerie nicht könne ruiniret werden.
3. Die Infanterie so gedeckt zu logiren / daß sie weder von mässigen Steinen Hand-Granaten noch Musqveten-Kugeln beschädiget / noch in Bestürmungen in ihren Posten so gleich überwältiget werde / sondern sich lang gegen den Feind erhalten könne.

Herr Novt versprach sein bestes zu thun / und wurde vor dismal die Versammlung wieder geendiget / mit verlaß / künfftig bey Herr Geon ihre Zusammenkunfft wieder anzustellen.

Alß sich unsere Compagnie, abgeredeter Zeit nach bey Herr Geonen wieder eingefunden / wurde unter andern erinnert was pagina 23 & 72 zurück geblieben durch

Die siebende Frage

Von der Trigonometria oder Triangel-Rechnung.

DJer hätte sich fast ein Præcedenz-Streit hervor gethan / Ob solches per Tabulas Sinuum oder per Logarithmos geschehen solte / Sie resolviten aber bald beyderley zugleich vorzunehmen / nur Herr Novt wolte lieber gar zu keinen mit einstimmen / dessen verwunderte sich Herr Geon und möchte die Ursache gerne wissen. jener fing an: was Tabulæ Sinuum? was Logarithmi? ich habe vor langer Zeit wohl mehr als 200 Problemata durch die Tab. Sinuum und Logarithmos ausgerechnet / aber da ich solches ein paar Jahr nicht exerciret / ist alles wieder vergessen und weg gefallen / sollte man nun bey solcher Beschaffenheit nicht einen Verdruß darüber empfinden / und den Plunder liegen lassen. Herr Geon meinte / daß seines gleichen vielleicht noch mehrere zu finden / dahero fragte dieser / ob ihme dann nicht bekand wäre

Die I Fürgabe

Fig. 203 und 204.

Von der Tab. Sinuum und Logarithmen Ursprung und Eigenschafft / insonderheit was dero Ausrechnung betrifft.

Um dieses / sagte Herr Novt, habe ich mich niemals bekümmert / sondern bin content gewesen / die Triangel und Figuren zu resolviren. Hiermit nun kam das gantze Facit seiner Vergeßligkeit auf einmal an Tag / und verwunderte sich Herr Geon nicht weiter / sondern recommendirte ihm folgende Erklärung / so dann solte er versichert seyn / daß nach deren gnugsame Erkäntnüs ferner keine Vergessenheit statt / wohl aber vielmehr sich alles verlohrne dadurch wieder finden würde.

Kurtze Erklärung der Tab. Sinuum.

Die Tab. Sinuum bestehen in dreyen Columnen oder Reihen / als Sinus, Tangenten und Secanten, deren ieglichen seine besondere Eigenschafft und gantzes Fundament ist zu sehen Fig. 203.

Man mache ein Qvadrat, a b c d, so wird a b e d, der vierdte Theil eines gantzen Circuls seyn / welcher bey solcher Beschaffenheit gemeiniglich der Qvadrant genennet wird. Wir wollen zur Erkäntnüs derer Sinuum Tangentium und Secantium dreyerley Exempel in dieser Figur 203 vorstellen / als:

1. durch den Triangel a g d dessen Winckel g a d hält 60 Grad. Ferner zugleich mit den Triangel a h i dessen Winckel h a i thut auch 60 Grad.
2. durch den Triangel a c d dessen Winckel c a d 45 Grad. Und zugleich mit den Triangel a e f dessen Winckel e a f auch 45 Grad thut.
3. durch den Triangel a k d, dessen Winckel k a d 1 Minute (diesen Winckel k a d

1 Mi-

1 Minute groß zu machen hat der Riß nicht leiden wollen / muß also vielmehr nur in Sinn verstanden werden)

Setzet man nun / daß Radius oder Sinus totus a d. a k. a e oder a b. 100000.00 Theile so ist

1. An den Triangel a g d.

Die Seite a d. Radius oder Sinus totus von 90 Grad 100000. 00 Theile
Die Seite g d Tangens von den Winckel g a d. 60 Grad. 173205.08 Theile / und
Die Seite a g. Secans des Winckels g a d von 60 Grad. 200000. 00 Theile.

Ferner wenn an den Triangel a h i.

Die Seite a h Radius oder Sinus totus 100000. 00 Theile / so ist
Die Seite h i. Sinus (nota benè, Sinus rectus) von 60 Grad. 86602.54 Theile /
Die Seite a i Sinus (Sinus complementi) von 30 Grad 50000. 00. Theile /
(Denn a i ist gleich h l. und der Winckel h a l gleich dem Winckel a h i 30 Grad. alß das Complement zu 60 Grad. nehmlich 60 Grad von 90 Grad abgezogen)

2. An den Triangel a c d.

Die Seite a d Radius oder Sinus totus, 100000. 00 Theile
Die Seite c d Tangens des Winckels c a d. 45 Grad. 100000.00 Theile
Die Seite a c Secans des Winckels c a d 45 Grad. 141421.36 Theile

Ferner wenn an den Triangel a e f.

Die Seite a e. Radius oder Sinus totus. 100000. 00 Theile / so ist
Die Seite e f. Sinus des Winckels e a f 45 Grad. 70710.68 Theile / und
Die Seite a f Sinus des Winckels a e f 45 Grad. auch 70710. 68 Theile (nemlich gleich e m den Sin. complementi 45 Grad von 90 Grad subtrahirt)

3. An den Triangel a k d.

Die Seite a d Radius oder Sinus totus 100000.00 Theile
Die Seite k d tangens von 1 Minute 29.09 Theile / und
Die Seite a k Secans von 1 Minute 100000.00 Theile.

Fig. 204.

Ein ieder rechtwincklichter Triangel kan vornemlich zweyerley Gestalt bekommen / zum Ex. Erstlich / wenn an den Triangel f g d. eine der kürtzern Seite als f d. Radius, so ist g d Tangens und g f Secans (des Winckels f oder g f d) Desgleichen wenn g d Radius, so ist f d Tangens, und g f Secans (des Winckels g oder f g d)

Zum andern wenn die längste Seite f g Radius, so sind die andern beyde Seiten zwene Sinus, also ist g d Sinus des Winckels f. und f d Sinus des Winckels g.

Wieder Fig. 203.

Was die Ausrechnung der Tab. Sinuum betrifft.

Bestehet kürtzlich darinne. Man lässet insgemein den Radium oder Sinum totum a d 100000.00. Theile gelten / dahero wird Tangens c d von 45 Grad auch 100000. 00 Theile / und Secans a c von 45 Grad (laut der 47 Prop. des 1 Buchs Eucl.) 141421.36 Theile halten.

Ferner weil das Qvadrat von a e so groß / als beyde Qvadrata e f und a f zusammen / auch af und ef iedes gleich groß. Folget / daß Sinus e f von 45 Grad 70710. 68 Theile halten werde. (oder wie a c sich gegen c d verhält / also wird sich auch a e gegen e f verhalten.)

Durch dieses ist nun bekand worden zu 45 Grad / der Sinus 70710. 68. Tangens 100000. 00. und Secans. 141421. 36.

So dann

wird weiter Sinus Tangens und Secans zu 22 Grad 30 Minuten / als die Helffte von 45 Grad also gesucht.

Betrachtung

Der Winckel a d q und der Winckel f d e sind eins-oder gleicher Grösse / darum ist der Triangel a d q dem Triangel f d e gleichförmig / und verhält sich die Helffte a d (das ist i d) zu der Helffte e d (das ist d q) wie sich die Helffte e d (das ist d q) gegen d f verhält. Weiln nun diesennach i d, d q und d f in steter proportion stehen / als wird d q (laut der 17 Prop. des 6 Buchs Eucl.) die mitlere gleichverhaltende zwischen i d und d f seyn.

Folget

Daß wenn i d 50000.00 Theile mit d f 29289. 32 Theile (nemlich a f von a d abgezogen) multipliciret / und aus den kommenden die Qvadrat-Wurtzel extrahiret wird / 38268.34 Theile vor d q kommen. Nun ist der Triangel a q d dem Triangel a o p gantz gleich / alß wird auch d q der o p gleich / und also o p. 38268.34 Theile der begehrte Sinus von 22 Grad 30 Min. seyn.

Subtrahiret man ferner vorhergemeldtes Qvadrat o p, von Qvadrat a o. und ziehet aus den Rest die Qvadrat-Wurtzel / so komt 92387.95 Theile vor a p, welches gleich o t, und dahero der Sinus complementi nemlich von 67 Grad 30 Min. ist.

Weiter wie sich a p gegen o p verhält / also verhält sich auch a d gegen n d. diesen nach komt vor den Tangenten n d. zu 22 Gr. 30 Minuten 41421.36 Theile. Letzlich wie a p sich gegen a o verhält / so verhält sich auch a d gegen a n. Dahero komt vor a n den Secanten zu 22 Gr. 30 Min. 108239. 22 Theile.

Durch Hülffe des Triangels a o t (alß woran numehro alle 3 Seiten bekand) ist Tangens und Secans des Complements der 67 Gr. 30 Minuten auch leichtlich zu finden

Auf solche Art wird folgends Sinus, Tangens und Secans. zu der fernerweitigen Helffte der 22 Grad 30 Minuten / nemlich zu 11 Grad 15 Min. und deren Complement gefunden.

Nachdem nun hernach 11 Grad 15 Minuten ohne Brüche nicht weiter kan halbiret werden / alß wird ein anderer Anfang erwehlet / zum Exempel 60 Grad / und mit Halbiren so lange fortgefahren / biß man wieder auf ungerade Minuten komt.

Es ist auch zu wissen / daß bey suchung derer Sinuum, Tangentium & Secantium. durchgehends allezeit zugleich ihre Complementa mit gefunden werden. Das übrige / was nicht durchs Halbiren zu erforschen / wird per differentiam gefunden. Und dis ist kürtzlich zu melden / die Art und Weise / wie die Tab. Sinuum können ausgerechnet werden / folget

Die Erklärung derer Logarithmen.

Es seynd die Logarithmen ausgerechnete Tabellen / so auf die gemeinen Zahlen von 1 biß 10000. und auch auf die Sinus, Tangenten und Secanten eingerichtet. Diese Art Rechnung ist ehemals von den Schottländischen Freyherrn Johann Nepero erfunden / und hernach durch Adrian Vlacq erweitert worden. Bey solcher Ma-

vier

nier zu rechnen / wird an statt multipliciren nur addirt, und an statt dividiren nur subtrahiret / item vor Qvadriren wird duplirt / vor cubiren triplirt. Desgleichen bey extrahirung der Qvadrat-Wurtzel nur halbirt oder mit 2 dividirt / und bey Ausziehung der Cubic-Wurtzel mit 3 dividirt &c.

Das Fundament der Logarithmen ist kürtzlich dieses

Wenn etlichen nach Belieben genommenen geometrischen Progressional-Zahlen / (alß hier der Reihe A, 1. 2. 4. 8. &c) andere Arithmetische Progressional-Zahlen auch nach Belieben genommene (alß hier auf dreyerley Arten / durch die 3 Reihen B. C und D geschehen) zugeordnet werden.

So empfangen solche Arithmetische Progressional-Zahlen der Logarithmen Eigenschafft folgender massen.

Daß wenn 4 Zahlen proportionirt sind / so werden die Logarithmen der Ersten und vierten Zahl zusamen addirt gleich seyn / der Summa der Logarithmen der andern und dritten Zahl.

Zum Exempel / Man nehme aus der Reihe A 4 proportionirte Zahlen 2. 8. 16. 64. und erwehle darzu die Logarithmen der Reihe B. nemlich 2. 4. 5. 7. so sind nun die Logarithmen der ersten und vierdten Zahl als 2 und 7 zusammen addirt 9 eben so groß / alß die Logarithmen der andern und dritten Zahl 4 und 5. welche zusammen addirt auch 9 betragen.

Geometr. Progr. Zahlen.	Logarithmi		
A.	B.	C.	D.
1	1	1	0
2	2	4	10
4	3	7	20
8	4	10	30
16	5	13	40
32	6	16	50
64	7	19	60
128	8	22	70
256	9	25	80
512	10	28	90

Daraus entstehet so dann / daß wenn durch die Regulam Detri zu dreyen Zahlen die vierdte stete proportionirte Zahl gesucht wird / man solches per Logarithmos also verrichten könne.

Man addire den Logarithmum der beyden letzten Zahlen [das ist der 2. und 3. Zahl] zusammen / was komt / davon subtrahire den Logarithmum der ersten Zahl / so wird der Logarithmus der vierten Zahl / (oder facit) übrig bleiben / alß

Man nehme aus der Reihe A die drey Zahlen 4. 16. 32. und erwehle darzu der Reihe C ihre Logarithmen / nemlich 7. 13. 16. wenn nun

der Logarithmus der dritten-Zahl 16 } zusammen addirt
und andern-Zahl - 13 }
29 und von dieser Summa
der Logarithmus der ersten-Zahl 7 subtrahirt wird
so restirt 22 der Logarithmus der Reihe C. welcher in der Reihe A vor die begehrte vierte Zahl (oder facit) 128 giebt.

Proba per Regulam Detri.

4 giebt - - - 16 - - - was 32
komt facit. 128 gleichwie vorhero

Die Ausrechnung derer Logarithmorum

Ist ziemlich mühsam / und weil solches von vorbemeldten Herrn Adrian Vlacq allbereit weitläufftig geschehen / alß wolte Herr Geon solches nicht noch einmahl verrichten / sondern nur kürtzlich dieses Autoris procedur ohngefehr erwehnen.

Erstlich sind hiernechst stehenden Progressional-oder absolut-Zahlen 1. 10. 100. &c. die Logarithmi. 0. 1. 2. 3. &c. beygesetzet. Ferner / weil nicht allein die absolut-Zahlen so zwischen 1 und 10 (nemlich 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.) sondern auch alle andere so zwischen die folgenden absolut-Zahlen als 10. 100. 1000. 10000. fallen / keine geometrische Progression formiren / (auf welchen Fall solcher zwischen Zahlen ihre Logarithmi sonst gar behend zu finden) alß ist folgender gestalt verfahren worden. Er hat aus der absolut-Zahl 10 die Qvadrat-Wurtzel / und aus der kommenden Wurtzel wieder die Qvadrat-Wurtzel extrahirt / auch dieses 54mal continuiret / da denn das 53mal die Zahl 10000,00000,00000,02556,38298. 64006,470. und das 54mal 10000, 00000, 00000. 01278, 19149, 32003, 235. heraus gekommen.

Progr. oder absolut-Zahlen.	Logarithmi
1.	0.0000000
10.	1.0000000
100.	2.0000000
1000.	3.0000000
10000.	4.0000000

Allhier ist zu sehen / daß die letzte extrahirte Wurtzel (was die letztern Zahlen anbetrifft) just die Helffte der vorhergehenden beträget / und also letzlich das Extrahiren nur in Halbiren bestehet.

Ferner ist auch der Logarithmus 1. (der absolut-Zahl 10.) 54 mal halbirt worden / da heraus kommen 0, 00000, 00000, 00000, 05551, 11512, 31257, 82702. 11815.

Nun weiter einen begehrten Logarithmum. Zum Exempel den Logarithmum der absolut-Zahl 32 zu finden / geschiehet durch nebst stehendes Compendium also:

Dividire 1024 durch eine absolut-Zahl (die einen rational-Logarithmum hat) alß hier 1000. komt 1. $\frac{024}{1000}$ aus diesen die Qvadrat-Wurtzel so lange extrahirt / biß man merckt / daß an stat extrahiren nur wieder darff halbirt werden / dis wird geschehen bey der 47 Wurtzel allwo 10000,00000,00000,01685, 16057, 05394. 977. komt. Alßdann rechne per Regulam Detri folgender maaßen.

Compendium	
1	0.
2	1.
4	2.
8	3.
16	4.
32	5.
64	6.
128	7.
256	8.
512	9.
1024	10.

Obige Wurtzel 1278, 19149, 32003, 235 (die fördern Nullen außen gelassen) giebt die Halbirung 5551. 11512, 31257, 82702. 11815. waß vorbergemeldte Wurtzel 1685, 16057, 05394, 977. so wird zum facit 7318, 55936, 90623, 93. kommen / welches der Logarithmus zu der Zahl 10000, 00000, 00000, 01685, 16057, 05394. 977. ist.

Duplire nun solchen Logarithmum 47mal (nemlich so vielmal die Qvadrat-Wurtzel extrahiret worden) bringt 0, 01029, 99566, 39811, 95265, 27744. vor den Logarithmum der Zahl 1. $\frac{024}{1000}$. Daß also der Logarithmus der Zahl 1024. gleich 3. 01029. 99566, 39811, 95265, 27744.

Extrahiret man ferner aus 1024 die Qvadrat-Wurtzel (komt 32) und halbirt letztgemelten Logarithmum 3. 01029, 99566, (den bey extrahirung der Qvadrat-Wurtzel wird hier allezeit nur halbirt) so giebt solches 1. 50514, 99783. vor den Logarithmum der Zahl 32.

Hieraus

können so dann noch mehr andere Logarithmi gar leicht gezogen werden / zum Exempel / aus 32 die Sursolische Wurtzel extrahirt giebt 2.

Als

Ferner auch den Logarithmum 1.50514, 99783. durch 5 dividirt/ (weil der Surfolidus von Radix angerechnet/ der 5te Cörper in der Ordnung/ wie pagina 17 zu sehen) so komt 0. 30102,99956. vor den Logarithmum der Zahl 2.

Das Duplum von vorhergehenden/ nemlich 0.60205,99912. ist der Logarithmus der Zahl 4 (alß das Qvadrat von der Zahl 2)

Diesen Logarithmum wieder duplirt/ bringt 1.20411,99824 den Logarithmum der Zahl 16 (nemlich 4 qvadrirt) und also auch mit andern mehr.

Herr Novt sagte: daß mag mir eine Rechnung heissen/ und dancke Herr Geonen vor seine gethane Recommendation, er seines Orts wolte lieber 200 Triangel per Logarithmos solviren/ als einen einzigen irrational-Logarithmum suchen/ denn sein Kopff wäre ihm nur von anhören gantz würbelicht geworden/ waß würde nicht erfolgen/ wenn er solche ungeheure Zahlen erstlich berechnen solte/ indessen fuhr Herr Geon weiter fort durch

Die II Fürgabe

Fig. 205.

Von etlichen Anmerckungen so wohl der Tabulæ Sinuum als auch derer Triangel.

1. Sind die Sinus, Tangenten und Secanten in denen Tabellen von 1 Minute an/ biß auf 45 Grad ordentlich gesetzet/ alßdann gehen solche von 45 Grad und ihren Minuten wieder zurück biß auf 90 Grad. Die Ursache des Zurücksetzens ist/ daß wenn ein Sinus oder Tangens gesuchet wird/ so stehet sein Complement allezeit gegen über/ welches so gleich mit zu finden bey Ausrechnung derer Triangel sehr offt und stets fürfället.

2. Ist beym Gebrauch der Tabulæ Sinuum ein Radius oder Sinus totus zu erwehlen. Nun hält (wie allbereit gedacht worden) der Radius oder Sinus totus der Tab. Sinuum allezeit 100000.00 Theile/ welche Zahl aber zum Gebrauch nicht allemal so groß von nöthen. Denn obschonmit einen Instrument oder Astrolabium dessen gantzer Circul in 360 Grad/ und ieder Grad wieder in 60 Minuten a[illegible] getheilt wäre/ gemessen wird/ (wiewohl an denen meisten Instrumenten ieder Grad gemeiniglich auffs höchste nur in 2 oder 4 Theil getheilet ist) so kan doch der Radius oder Sinus totus von 100000. Theilen gar wohl zum Gebrauch erwehlet werden/ denn gesetzt: daß bey Messung einer Distanz, Fläche oder Feldes (so mit dergleichen Instrument verrichtet worden) sich ein weniger Fehler ereignen sollte/ so ist solcher Fehler keines weges den Tab. Sinuum, sondern vielmehr den Instrument und den Gesicht zuzuschreiben. Jedoch kan man bey einer subtilen Messung auch einen genauern Radium oder Sinum totum erwehlen/ in der Practiqve ist 100000. an commodesten zu gebrauchen.

3. An ieden Triangel welcher per Tab. Sinuum, oder per Logarithmos soll resolviret werden/ muß zum allerwenigsten allezeit dreyerley bekand seyn oder vorhero können bekand werden/ als entweder 2 Seiten und 1 Winckel oder 2 Winckel und 1 Seite oder alle 3 Seiten. Und wenn an einen Triangel gleich alle 3 Winckel bekand/ so kan dessen Form und Gestalt oder die proportion der Seiten gegen einander wohl dadurch gefunden werden/ aber unmöglich die wahre Länge einiger Seiten.

4. Aller geradlinischen Triangel Form und Gestalt bestehet in dreyerley Triangeln. als Recht- Scharff- und Stumpff winclichten. Der Rechtwinclichte ist das funda-

ment der andern beyde / weiln so wohl der Scharff- als Stumpffwincklichte Triangel ieder besonders in zwey rechtwincklichte Triangel kan zertheilet werden.

5. Fig. 205. Wenn an einen rechtwincklichten Triangel a b c eine von denen beyden kürtzten Seiten als hier a c Radius gilt / so ist b c Tangens und a b Secans. (beyde von den Winckel b a c.)

Oder

Wenn b c Radius gilt / so ist a c Tangens und a b Secans (beyde von dem Winckel a b c.)

Hingegen

Wenn die hypothenusa oder längste Seite des Triangels nemlich a b Radius gilt / so sind a c und b c zwene Sinus, und zwar ist b c der Sinus des Winckels b a c, und a c Sinus des Winckels a b c.

6. So man den Sinum einer gegebenen Zahl / als gesetzt zu 43592.12 in denen Tab. Sin. genau suchen wil / geschiehet es also: weil diese Zahl zwischen denen beyden Sinubus von 25 Grad 50 Min. und 25 Grad 51 Minuten zu finden / alß subtrahire den Sinum 25 Grad 50 Min. (ist 43575.48) von den Sinu 25 Grad 51 Min. (ist 43601.66) bleibt übrig. 2618. Ferner subtrahire auch den Sinum 25 Grad 50 Min. nemlich 43575.48. von der gegebenen Zahl 43592.12. restirt 1664 Nun sage / 2618. giebt 1. Min. oder 60 Secunden, was 1664. komt zum facit 38 Secunden 8 Tertien, dis zu 25 Grad 50 Min. addirt / giebt 25 Grad 50 Min. 38 Sec. 8 Tertien bey nahe vor den begehrten Sinum der Zahl 43592.12. Und dieses ist auch bey Suchung eines Tangenten oder Secanten, item von den Logarithmen zu verstehen.

7. Desgleichen wenn ein Sinus, Tangens, oder Secans genau / als zum Exempel der Sinus zu 53 Gr. 13. Min. 20 Secund. 3 Tertien sollte gesuchet werden / so wird folgender gestalt procediret. Subtrahire den Sinum 53 Grad 13 Min. (ist 80090.56) von dem Sinu 53 Gr. 14 Min. (ist 80107.97) bleibt Rest 1741. Nun sage.

1 Minute giebt 1741 was 20 Secunden 3 Tertien.

komt 581 dis zu den Sin. von 53 Grad 13 Min. addirt / bringt 80096.37 vor den begehrten Sinum zu 53 Grad 13 Min. 20 Sec. 3 Tertien.

8. So per Logarithmos aus einer begehrten Zahl die Qvadrat-Wurtzel soll extrahiret werden / geschiehet es also: Die Zahl sey 144. Alß suche deren Logarithmum welcher ist 2.1583625. dis halbirt giebt 1.0791812. hierzu die absolut-Zahl in denen Tabellen gesucht / so wird 12 vor die begehrte Wurtzel kommen.

9. Ingleichen wenn man aus einer fürgegebenen Zahl zum Exemp. aus 140 6′ die cubische Wurtzel durch die Logarithmen extrahiren will / so suche gleichfalls den Logarithmum zu der Zahl 140 oder vielmehr 1406. ist 2.1479853. dis durch 3. dividirt / giebt 0.7159951. dessen absolut-Zahl ist bey nahe 52′ vor die begehrte Cubic-Wurtzel.

Was mehrers bey denen Logarithmen zu observiren sagte Herr Geon, findet man insgemein zugleich bey ihren ausgerechneten Tabellen ausführlich / wir wollen daher zur Ausrechnung der Triangel schreiten und seyn lassen

Die

Die III Fürgabe

Fig. 206. und 207.

Von denen rechtwincklichten Triangeln.

Die Ausrechnung des rechtwincklichten Triangels ist das fundament der gantzen Trigonometriæ, und bestehet doch in nichts mehr als nur zweyerley/ nemlich: Erstlich wie dessen Seiten. Zum andern wie die Winckel zu finden

Erstlich wie die Seiten zu finden

Sey Fig. 206. ein rechtliniſcher rechtwincklichter Triangel / daran die Seite c e 40 Ruthen / und der Winckel d c e 38 Grad 16 Minuten bekand. Ist die Frage nach der Länge der andern beyden Seiten

Rechne also

Radius oder Sinus totus c e — ° — Tangens d e von 38 Grad 16 Min.
100000. - - giebt 40 - - was 78880.

° / // ///

komt 31552 vor die Seite d e

Radius oder Sinus totus c e. — ° — Secans c d von 38 Gr. 16. Min.
100000. - - giebt 40 - was 127366.

° / // ///

komt 50946 vor die Seite c d.

Oder per Logarithmos.

Radius - - giebt 40° - was d e Tangens 38 Gr. 16 Min.
add. 9.8969714 von 38 Gr. 16 Min. tang. Logarith.
1.6020600 von 40°.

11.4990314

subtr. 10.0000000 Radius

° / //

1.4990314 dessen absolut-Zahl ist 3155 vor die Seite d e.

Rad. - - giebt 40° - was Secans 38 Gr. 16 Min.
10.1050546 von 38 Grad 16 Min. Secans
1.6020600 von 40°

11.7071146

10.000000 Radius

° / //

1.7071146 dessen absolut-Zahl ist 5095 bey nahe vor c d.

Zum andern wie die Winckel zu finden.

Fig. 207. sey a b c auch ein rechtwincklichter Triangel/ daran zwey Seiten/nemlich a b 50° und a c 30° bekand. Ist die Frage nach denen beyden scharffen Winckeln, rechne also

a c Radius — Radius — a b Secans des Winckels b a c
30° - - giebt 100000 partes - - was 50°

kommen 166666 partes, welche unter denen Secanten in denen

Tab. Sin. gesucht bey nahe 51 Grad 8 Minuten vor den Winckel b a c geben/ diese 53 Grad 8 Min. von 90 Grad subtrahirt/ restirt 36 Grad 52 Minuten vor den Winckel a b c.

Oder per Logarithmos

a b 50° - - giebt Rad. was a c 30° Sinus (des Winckels a b c)

addire { 1.4771212. Logarithm. von 30°
10.0000000 Radius

11.4771212

subtr. 1.6989700 Logarith. von 50°

9.7781512 dis unter denen Sinubus Logarithmorum gesucht/ thut 36 Grad 52 Minuten der Winckel a b c. und also 51 Grad 8 Minuten der Winckel b a c gleichwie vorhero

Nota, daß hier bey Ausrechnung durch die Logarithmen der Satz verändert worden ist Ursach/ weiln mehrentheils die Secanten in denen Tabellen der Logarithmen nicht zu finden/ und man also auf eine andere Manier muß bedacht seyn.

Anhang

Herr Geon erinnerte nochmaln/ daß durch diese beyderley Arten ein ieder geradlinischer Triangel und Figur per Tabulas Sinuum oder Logarithmos ausgerechnet würde/ und bedürffte gantz keiner weitern information alle Scharff- und Stumpffwincklichte Triangel zu resolviren (wenn man nur wohl in acht nehme/ was so gleich an ieden rechtwincklichten Triangel der Sinus Tangens oder Secans wäre) sey dahero

Die IV Fürgabe

Fig. 208. 209.

Von denen scharff-wincklichten Triangeln.

Erstlich die Seiten zu finden

Sey gegeben (Fig. 208.) der scharffwincklichte Triangel e f g daran bekand/ der Winckel f e g. 65 Grad/ und der Winckel e g f 60 Grad/ wie auch die Seite e f 30°.

Resolutio.

Vorhero falle die perpendicular-Linie f h, welche den scharffwincklichten Triangel in 2 rechtwincklichte Triangel zertheilet/ und rechne also:

von 90 Grad — subtrahire 65 Grad f e g. — restirt 25 Grad der Winckel e f h.

von 90 Grad — subtrah. 60 Grad e g f — restirt 30 Grad der Winckel h f g.

beyde Winckel zusammen addirt giebt 55 Grad vor den Winckel e f g.

Ferner

Ferner

Radius ef — Sinus f h von 65 Grad.
100000 - - giebt 30 - - - was 90630.

komt 27189 vor die Länge fh.

Radius fh.
100000 - giebt 27189 - was Secans fg. 115470. von 30 Grad hfg

komt 31395 vor die Seite fg.

Radius fh.
100000 - giebt 27189 - was tang. hg 57735. von 30 Gr. hfg } addirt.
tang. he. 46630. von 25 Gr. efh }
104365

komt 28375 vor die Seite eg

Zum andern die Winckel zu finden.

Sey gegeben (Fig. 209) der scharffwincklichte Triangel abc, daran bekand. Der Winckel abc 44 Grad 12 Minuten / die Seite ab 30 und die Seite ac 24.

Operatio

Fälle die perpendicular-Linie ad, und rechne also:

Radius ab
100000. - - giebt 30 - was Sinus ad 69716. von 44 Gr. 12 Min.

komt 20915 vor die Länge ad.

Ferner suche den Winckel acb folgender Gestalt.

ac 24 - - giebt Radium 100000 partes - was ad. 20915. Sinus

komt 87145. ist Sinus bey nahen von 60 Gr. 38 Minuten vor den Winckel acb. Dahero der Winckel dac 29 Grad 22 Min. hierzu addirt den Winckel bad 45 Grad 48 Min. thut zusammen 75 Grad 10 Min. vor dem Winckel bac.

Auch vollends die Länge bc zu finden / sage

Rad. ad. 100000 - giebt 20915 - was tang. bd. 102832 von 45 Gr. 48 M.
tang. dc 56270 von 29 Gr. 22 M.
159102.

komt 33276 vor die Seite bc.

Anhang

Wenn an einen scharffwincklichten Triangel alle 3 Seiten bekand / so suchet man nur nach der 16 Fürgabe pag. 18. solches Triangels perpendicular Linie / alsdann können die Winckel laut vorhergehend auch leicht vollends gefunden werden / itzo sey

Die V Fürgabe

Fig. 210. 211.

Von denen stumpffwincklichten Triangeln.

und zwar / Erstlich die Seiten zu finden

Sey gegeben (Fig. 210) der stumpffwincklichte Triangel d e f, daran bekand / der Winckel e d f. 130 Grad / der Winckel d f e 30 Grad / und die Seite d f 16.

Operatio

Stelle die perpendicular-Linie d g. und rechne deren Länge

Rad. d f 100000. - thut 16 - was Sinus d g. 50000 von 30 Grad

komt 8 vor die Länge d g.

Ferner / subtrahire den Winckel d f e 30 Grad / von 90 Grad / restirt der Winckel f d g 60 Grad / dis von 130 Grad subtrahirt, komt vor den Winckel g d e 70 Grad / solche 70 Grad wieder von 90 Grad subtrahirt / giebt 20 Grad vor den Winckel d e g.

Alsdann suche die 2. Seiten d e und e f also:

Radius d g 100000 - giebt 8 - was Secans d e 292380 von 70 Grad

komt 2 3 3 9 vor die Seite d e.

Rad. d g 100000. - giebt 8 - - was tang. g f. 173205 von 60 Grad
tang. g e 274747 von 70 Grad

447952

komt 3 5 8 3 6 vor die Länge der Seite e f.

Zum andern die Winckel zu finden

Sey gegeben (Fig. 211) ein stumpffwincklichter Triangel a b g daran bekand. Der Winckel b a g 121 Grad 30 Min. Die Seite a g 17. und die Seite b g 32.

Operatio

Man stelle die perpendicular-Linie g h. so wird der Winckel g a h 58 Grad 30 Min. (nemlich 121 Grad 30 Min. von 180 Grad subtrahirt) und der Winckel a g h 31 Grad 30 Minuten halten.

Nun sage

Rad. a g. 100000 - thut 17 - was Sinus g h 85264 von 58 Gr. 30 Min.

komt 1 4 4 9 5 vor die Länge g h.

Ferner

b g 32 = giebt Rad. 100000 - was g h 14495 Sinus

komt 45296 ist Sinus von 26 Grad 56 Min. vor den Winckel (a b g.

Folgt / daß der Winckel a g b halte 31 Grad 34 Min.

Letzlich berechne die Seite a b also:

Rad. b g. 100000 - giebt 32 - was Sinus b h. 89153 von 63 Gr. 4 Min.

komt 2 8 5 2 9 vor die Länge b h.

Rad.

Rad. a g. 100000 - giebt 17° - was Sinus a h. 52250 von 31 Gr. 30 Min.

° / // ///
komt 8882 vor a h. dis von b h subtrahirt / restirt
° / // ///
19647 vor die Seite a b.

Anhang

Sind aber an einen stumpffwincklichten Triangel alle 3 Seiten bekand / so suchet man nach der 16 Fürgabe pag. 18 dessen perpendicular-Linie und berechnet hernach die Winckel wie itzt gemeldet worden.

Herr Novt, fragte / obs commoder sey / die Triangel per Tabulas Sinuum oder per Logarithmos zu solviren. Herr Geon hielte beydes vor gut / denn offt wäre sehr beqvem durch die Tab. Sinuum, vielmal aber auch besser per Logarithmos zu rechnen / weil solche Ausrechnung ziemlich variable, alß müste das Judicium die beste Manier erwehlen / denn es könte fast ein ieder der scharff- und stumpff-wincklichten Triangel besonders / wohl mehr alß auf etliche 100 Arten resolviret werden. Was sagte Herr Novt! einen Triangel auf etliche 100 Arten zu resolviren / das möchte ich wohl sehen / mir ist einerley Manier schwer genug ankommen / Herr Geon solte bedencken / wessen er sich verobligirte. Dieser aber blieb darbey / und wenn Herr Novt solches nicht glauben könte / solte der Beweiß bald geschehen / indessen wolte Herr Geon ihme die Ausrechnung der jenigen scharff- und stumpffwincklichten Triangel / so gemeiniglich bey denen meisten Messungen fürfielen / per Logarithmos zu solviren auf folgende Manier recommendiren / alß da wäre

Die VI Fürgabe

Fig. 212.213.214.215.

An einen ieden scharff- und stumpff-wincklichten Triangel / daran 2 Winckel und 1 Seite bekand / die übrigen 2 Seiten nach einer allgemeinen Regul zu finden.

Es sey f e g (Fig. 212.) dergleichen scharffwincklichter Triangel / daran bekand / der Winckel e f g 42. Grad 12 Min. Der Winckel f e g 76 Grad 43 Min. und die Seite f e 36°.

addire beyde bekandte Winckel zusammen / komt 118 Grad 55 Min. dis von 180 Grad subtrahirt / restirt 61 Grad 5 Min. vor dem Winckel e g f. Nun rechne also:

Sinus e f. von 61 Gr. 5 Min. - giebt 36° - was Sinus e g von 42 Gr. 12 M.
9.8271887. Sinus Logarith. von 42 Grad 12 Min.
1.5563025. Logarith. von 36°
11.3834912
9.9421688 Sinus Logarith. von 61 Grad 5 Min.
° / ///
1.4413224 dessen absolut-Zahl thut 2763 vor die Seite e g.

Sinus e f von 61 Gr. 5 Min. - giebt 36° - was Sinus f g von 76 Gr. 43 M.
9.9882225. Sinus von 76 Grad 43 Min.
1.5563025 von 36°
11.5445250
9.9421688 von 61 Grad 5. Min. ° / //
1.6023562 dessen absolut-Zahl thut 4003 vor die Seite f g.

Ferner

Wenn an einen Stumpffwincklichten Triangel a b c. (Fig. 213.) zwey Winckel und 1 Seite bekand/ nemlich der Winckel b c a 16 Grad 35 Min. der Winckel b a c 128 Grad 43. Min. und die Seite a c. 25 Ruthen. So werden dessen 2 unbekandte Seiten also gefunden

addire beyde bekandte Winckel komt 145 Grad 18 Minuten/ dis von 180 Grad subtrahirt/ restirt 34 Grad 42 Minuten vor den Winckel a b c. Nun sage

Sinus a c von 34 Gr. 42 M. - giebt 25° - was Sinus a b von 16 Gr. 35 M.
9.4554686. Sinus von 16 Grad 35 Min.
1.3979400. von 25°
10.8534086
9.7553256 Sinus von 34 Grad 42 Min.

1.0980830 dessen absolut-Zahl ist 1253 vor die Seite a b.

Sinus a c von 34 Gr. 42. M. - giebt 25° - was Sinus b c von 51 Gr. 17 M. (nemlich) 128 Grad 43 Min. von 180 Grad subtrahirt. Denn der Sinus zu 128 Grad 43 Min. ist in denen Tabellen nicht zu finden/ alß wird allezeit das Complementum der 180 Grad genommen)
9.8922329. von 51 Grad 17 Min.
1.3979400. von 25°
11.2901729
9.7553256 von 34 Grad 42 Min.

1,5348473 dessen absolut Zahl ist 3426 vor die Seite b c.

Herr Novt erinnerte sich itzt/ daß ihm solche Art Triangel zu berechnen vorlängst bekand gewesen/ er hätte es aber vergessen/ und wäre immer als würde es dismal wieder geschehen. Herr Geon hingegen versicherte/ daß dieses nicht zu befürchten/ wenn er nur fleißig in observanz haben wolte

Den Beweiß dieser Resolution Fig. 214. 215.

Man mache an den Scharffwincklichten Triangel f e g (Fig. 214.) f h gleich der e g. und fälle beyde perpendicular-Linien h i und e m. Dahero wird sich (laut der 2. Prop. des 6 Buchs Eucl.) h i gegen f h (oder e g) verhalten/ wie e m gegen f e. das ist/ der Sinus h i des Winckels f wird sich gegen seiner gegenstehenden Seite e g verhalten. Wie der Sinus e m des Winckels g gegen seiner gegenstehenden Seite f e.

Gleichergestalt beyn Stumpffwincklichten Triangel a b c (Fig. 215.) Mache c e gleich der Seite a b. und fälle die perpendicular-Linien b d und e f. So wird sich (nach der 2 Prop. des 6 Buchs Eucl.) e f gegen e c (oder a b) verhalten/ wie b d gegen b c. Das ist/ der Sinus e f des Winckels c wird sich gegen seiner gegenstehenden Seite a b verhalten/ wie der Sinus b d. des Winckels b a c (nemlich das Complement des Winckels a) gegen des Winckels a (b a c) seiner gegen stehenden Seite b c.

Herr Novt fragte: Ob die Ausrechnung beyder vorhergehender Triangel (Fig. 212. und 213.) nicht auch auf eben dergleichen Art durch die Tabulas Sinuum geschehen könte. Herr Geon bejahete solches/ und sey kein Unterscheid darbey/ alß nur daß man beyn Tab. Sinuum ein verdrüßliches Multipliciren und Dividiren verrichten müste/ um welcher Ursache willen hierbey die Logarithmen weit besser als die Tab. Sinuum zu gebrauchen wären. Herr Novt wandte ein/ daß kein sonderbarer Vortheil dabey/ denn das viele Nachschlagen und Suchen der Logarithmen erforderte eben so viel Zeit alß das Multipliciren und Dividiren beyn Tab. Sinuum, Herr Geon ließ ihm bey seiner Meinung/ und repetirte vor dismal was er pagina 23 zurück gelassen durch

Die

Die VII Fürgabe Fig. 216.

Wie eines Circulstücks Jnhalt [daran nur die Chorda a b 24° und Sagitta c d 48′ bekand] auszurechnen.

Erstlich suche den Diametrum des gantzen Circuls (nemlich wenn solch Circulstück in seine völlige Rundung gebracht würde) laut der 35 Prop. des 3 Buchs Eucl. also: qvadrire a d komt 144° dis durch c d 48′ dividirt/ bringt 30° vor d e, hierzu addire c d. so wird 348′ vor den begehrten gantzen Diametrum c e kommen/ diesen nach thut der halbe Diameter b f 174′ und d f. 126′ Alsdann sage

d f. 126′ - - giebt Radium 100000 - - was b d 12° Tangens
komt 95238. ist Tangens von 43 Grad 36 Min.

vor den Winckel d f b daß also der Winckel a f b, (des Bogens a c b) ist 87 Grad 12 Min. Nun rechne man auch des gantzen Circuls Umkreiß/ also:

7 - - - 22 - - was 348′
komt 1093′7″ - - hernach setze

360 Grad - - geben 10937″ - was 87 Grad 12 Min.
komt 2649‴ vor den Umkreiß des Circul-Bogens a c b,

dis mit den vierten Theil des gantzen Diametri nemlich 87′ multiplicirt/giebt 23046″ vor den Jnhalt a c b f, hiervon abgezogen des Triangels a b f Jnhalt 1512″ (nemlich a b 24° mit halb d f 63′ multiplicirt) restirt 7926″ vor den begehrten qvadrirten Jnhalt des Circulstücks a c b d.

Herr Geon gedachte ferner/ daß wenn viele Circulstücke auszurechnen fürkämen/ man das Bogenstück a c b noch bequemer durch Hülffe beystehender Tabellæ 217 finden könte/ nemlich:

Wenn der Winckel a f b 87 Gr. 12 Minuten bekand worden/ so suche in dieser nebst stehenden Tabella

Tabella 217. zum Circul-Bögen.

Den gantzen Diam. 100000 Theile gerechnet/thut nach Ludolph á Ceulens Vergleichung der gantze Umkreiß der 360 Gradus 314159. $\frac{26}{100}$ Theile komt auf

300 Grad		261799. Theile	50 Minuten	-	72.7. Theile
200 Grad		174533.	40	-	58.2.
100	-	87266.	30	-	43.6.
90	-	7854.0.	20	-	29 1.
80	-	6981.3.	10	-	14.5.
70	-	6108.6.	9	-	13 1.
60	-	5236.0.	8	-	116.
50	-	43633.	7	-	102.
40	-	3490.6.	6	-	87.
30	-	2618.0.			
20	-	1745.3.			
10	-	872.6.			

zu 80 Grad 69813 Theile
zu 7 Grad 6108
zu 10 Min. 145
zu 2 Min. 49

76095 Theile/ nun sage °/
100000 Diam. - giebt 76095. Bogenstück - was 348. Diam.

°/ //
komt 2648 vor die Länge des Bogenstücks a c b. bey nahe wie vorhero.

Die übrige Ausrechnung ist erstgemelder in allen gleich

°/ ///
Herr Novt fragte/ warum itzt der Circul-Bogen 2648 lang/ da er doch erstmals
°/ //
2649 heraus kommen. Herr Geon berichtete ihm gar bald/ was die Ursach sey/ denn das erstemal wäre Archimedis, das andere mal aber nach Ludolph von Ceulens Vergleichung gerechnet worden. Herr Stan erinnerte auch gleich Herr Scarten seines Versprechens/ was bey der 3 Fürgabe pagina 72. wäre gedacht worden/ nemlich/ wie die Tabella Fig. 167 auszurechnen sey. Herr Scart war hierzu bereit/ iedoch weil die gantze Tabella zu berechnen ein Uberfluß wäre/ alß erwehlte er nur davon durch

Die VIII Fürgabe Fig. 218.

Wenn an einer regular 8 eckichten Vestung bekand/ die Polygon exterieur oder äusere Seite a b 80 Ruthen/ der Bollwercks-Winckel c a d 76 Grad/ die Streich-Linie b e 61 Ruthen/ die Flanc d e 20 Ruthen. Ist die Frage wie die übrigen unbekandten Linien zu finden.

Resolutio.

Der Angulus Centri a h b ist der achte Theil des gantzen Circuls/ nemlich 45 Grad/ dahero der Winckel a h i 22 Grad 30 Minuten/ und der Winckel i a h 67 Grad 30 Minuten. Subtrahiret man den halben Bollwercks-Winckel g a f 38 Grad von den halben Polygons-Winckel g a i 67 Grad 30 Min. so restiret vor dem Winckel d a i oder welches gleich viel (laut der 29 Prop. des 1 Buchs Eucl.) vor den Streichwinckel a f g 29 Grad 30 Min.

Ferner

Radius, a i 100000. - giebt 40° - - was a h 261312 Secans 67 Gr. 30 M.

°/ ///
komt 10525 vor a h den grossen Semidiametrum.

Rad. a f 100000 - 61° - - was f m 49242 Sinus 29 Gr. 30 M.

°/ /// ////
komt 30037 vor f m oder l i die perpend. zur Cortin.

Rad. a f = - 61° - - was a m 87035 Sinus 60 Grad 30 Min.

°/ // /// °/ /// ///
komt 53091 vor a m, und also 26909 vor b m oder a q.

°/ /// ///
Dahero q m welches gleich der Cortin e f. 26182 thut.

°/ /// ////
Rad. g. n 100000. - - 30037 - was g a 108239 Secans 22 Gr. 30 M.

°/ /// ////
komt 32511 vor die Capital-Linie g a

Rad.

Rad. g n. 100000 - 30037 - was a n 41421 Tangens 22 Grad 30 Min.

komt 12441 vor a n dis 2mal von a b subtrahirt restirt 55118 vor n f oder g r der Polygon interieur. Hiervon die Cortin e f abgezogen/ bleibt vor beyde Keel-Linien 28936 daß also die Keel-Linie g e 14468

Weiter

ist an den Triangel e d f der Winckel f und beyde Seiten e d und e f bekand/ suche dahero d f (um die face a d zu finden) also:

Rad. e f 100000 - giebt 26182 - was e v 49242 Sinus von 29 Gr. 30 M.

komt 12892 vor e v

e d. 20 = giebt Rad. 100000 - - was e v 12892 Sinus

komt 64460 ist Sinus von 40 Grad 8 Min. vor den Winckel e d v.

Rad. e v. 100000 - 12892 was d v 118613 tangens 49 Grad 52 Min.
was f v 176749 tangens 60 Grad 30 Min.
295362

komt 38078 vor die begehrte d f, diese von a f 61 abgezogen/ restirt vor die Face a d 22922

Herr Novt thate wieder eine Frage: Ob man hier auch auf so vielerhand Arten die Ausrechnung thun könte/ gleichwie sich Herr Geon mit seinen Triangel verobligirt hätte. Freylich sagte Herr Scart kan solches und zwar auf noch viel mehrere Wege geschehen/ daß die Anzahl dieser Veränderung bey so gestalten Sachen wohl auf etliche 1000 heraus käme. Herr Novt wurde hier noch mehr als vormals Verwunderungs voll/ und bate Herr Geonen ihme doch nur eines einigen Triangels gemeldte vielmahliche Ausrechnung zu verständigen/ er wolte so dann das andere desto eher glauben. Dieser aber trug Bedencken obs wohl der Mühe werth so viel Papier damit zu verderben/ weil alles doch auf ein facit hinaus lieffe/ jedoch daß Herr Novten der Zweifel benommen würde/ alß wäre solches etwa nur pro forma gedacht worden/ wolte er selbiges desto kürtzer zu betrachten vorstellen durch

Die IX Fürgabe Fig. 219. 220. 221. 222. 223. 224.

Wie ein scharffwincklichter Triangel a b c, daran der Winckel b a c, der Winckel a c b, und die Seite a c zum Exempel 30 Ruthen bekand/ auf etliche 100 Arten auszurechnen.

Fig. 219. Man fälle die perp. c d.

1 Art Radius, a c - giebt 30 Ruthen - was Sinus c d
Radius, a c - giebt 30 Ruthen - was Sinus a d
Ferner Radius, d c - giebt Ruthen - was tang. b d
Radius, d c - giebt Ruthen - was Secans b c

2 Art Radius, a c - giebt 30 Ruthen - was Sinus c d
Radius, a c - giebt Ruthen - was Sinus a d
Ferner Sinus, c d - giebt Ruthen - was Sinus b d
Sinus, c d - giebt Ruthen - was Radius b c

3 Art	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was *S*nus	c d
	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was *S*inus	a d
Ferner	Tangens,	c d	-	giebt - Ruthen	-	was Radius	b d
	Tangens,	c d	-	giebt - Ruthen	-	was *S*cans	b c
4. 5 und 6 Art.	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was *S*inus	c d.
	Sinus	d c	-	giebt - Ruthen	-	was Sinus	a d.

Ferner (wie allezeit bey vorhergehender 2. 2. und 3 Art geschehen)

7. 8 und 9 Art.	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was *S*nus	c d.
	Tang.	c d	-	giebt Ruthen	-	was Radius	a d.

Ferner (nach der 1. 2 und 3 Art)

10. 11. 12. Art.	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Sinus	a d
	Rad.	a d	-	giebt Ruthen	-	was Sinus	d c

Ferner [nach der 1. 2 und 3 Art]

13. 14. und 15 Art.	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was *S*nus	a d
	Rad.	a d	-	giebt Ruthen	-	was Tang.	c d

Ferner (nach der 1 2 und 3 Art)

16, 17 und 18 Art.	Rad.	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Sinus	a d
	Tang.	a d	-	giebt - Ruthen	-	was Rad.	d c

Weiter kan a c *S*ecans genommen und folgender Gestalt gerechnet werden.

19. 20 und 21 Art	Secans,	a c (des Winckels d a c)	-	giebt 30 Ruthen	-	was Rad.	a d
	Radius,	a d	-	giebt Ruthen	-	was Tang.	c d

Ferner (nach der 1, 2 und 3 Art)

22. 23. und 24. Art	*S*ecans,	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Radius	a d
	Sinus	a d	-	giebt Ruthen	-	was Sinus	c d

Ferner (nach der 1. 2 und 3 Art)

25. 26 und 27 Art.	*S*ecans,	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Rad.	a d
	Tang.	a d	-	giebt - Ruthen	-	was Rad.	c d

Ferner [nach der 1. 2. und 3 Art]

28. 29 und 30 Art.	*S*ecans,	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Rad.	c d.
	Radius	c d	-	giebt - Ruthen	-	was Tang.	a d

Ferner [nach der 1. 2 und 3 Art]

31. 32. 33. Art.	Secans	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Radius	c d
	*S*inus,	c d	-	giebt Ruthen	-	was Sinus	a d

Ferner (nach der 1. 2 und 3 Art]

34. 35. und 36 Art.	*S*ecans,	a c	-	giebt 30 Ruthen	-	was Radius	c d
	Tangens	c d	-	giebt Ruthen	-	was Radius	a d

Ferner (nach der 1. 2 und 3 Art)

Sind also hier 36 Arten verhanden/ da allezeit zu Anfangs a c 18mal Radius und 18 mal *S*ecans gewesen.

Fig. 220

Formiret man die perpendicular-Linie a d. so werden gleichfals wie vorhero 36 Arten zu resolviren/ und also in allen 72 Arten heraus zu bringen seyn.

Fig. 221.

Wird die perpendicular Linie c f gestellet/ so können alleine mehr als 300 Arten heraus gebracht werden/ welches gar leicht zu beweisen/ wenn der Nutzen nur die Verdrüßligkeit recompensiren wolte/ zugeschweigen da man noch weiter gehen/ und die

per-

perpendicular a f (Fig. 222) item, die perpendicular c g (Fig. 223) desgleichen die perpendicular a g (Fig. 224) stellete / es könten gewißlich hierdurch zum wenigsten über 1000 Arten heraus gebracht werden.

Das hätte ich der Trigonometria nicht zugetrauet sagte Herr Novt, wenn er nur nicht so gar vergeßlich wäre alles zu behalten. Herr Geon offerirte ihm einen guten Rath dieserwegen zu communiciren / nemlich / er müste sich im Felde zu messen wohl üben / denn solches sey die beste Gelegenheit darzu. Herr Novt verstunde diese Sprache bald / und wünschte nur occasion zu haben selbiges zu bewerckstelligen. Es waren auch die andern anwesende Freunde hierzu nicht ungeneigt / wurden demnach eins / die Triangel-Rechnung biß daher voritzo zu beschliessen / und wenn folgenden Tags das Wetter bequem sich mit einander aufs Feld hinaus zu begeben / einige Proben abzulegen / insonderheit hatte Herr Archt aufn Lande einen Weinberg / dabey zugleich etliche Felder und Wiesen / wie auch etwas Gehöltze sich befunde / nicht weniger floß nicht so gar weit davon neben einer alten Stadt ein Schiffreich Wasser vorbey / an Berg und Thal war auch kein Mangel verhanden / diese Gegend nun vermeinten sie hierzu sehr dienlich zu seyn / und gieng nicht allein mit diesen Endschluß ein jeder vor dismal seines Weges / sondern machten auch dem Ersten Theil hiermit ein

E N D E.

ERRATA.

pag.	lin.	stehet	soll stehen.	pag.	lin.	stehet	soll stehen.
3	31	qvadirte	qvadrirte	19	10	Man	Man
4	19	ist	ists	20	11	niemands	niemals
4	32	$2\frac{1}{8}$	$2\frac{5}{8}$	23	7	bedienen	bediene
5	14	$7\frac{r}{x}$	$\frac{7}{x}$	26	13	Pyramis E,	Pyramis D
6	10	18	28	30	49	essen	dessen
6	11	$\frac{04}{312}$	$\frac{04}{213}$	34	23	p n,	p m,
6	33	III $\frac{407}{510}$	II2 $\frac{311}{510}$	39	7	360	630
6	44	20mahl	30mahl	39	7	359	629
10	26	allda	alle	39	8	578	378
11	22	proportionirte o///	proponirte o///	45	18	der erste Cent.	der 1 Centner
12	42	257	227	48	36	beye	bey e
13	2	qvadirte o///	qvadrirte o///	49	48	a e	a b
13	11	3978	3976	50	24	m b,	m b, n b,
16	46	296	1296	51	17	g und k	g und h
18	16	m t v,	m t w,	53	7	ist iede Meile zu 12000 Dreßdner Elen gerechnet worden.	
18	18	solches	solches durch	59	5	90	60
19	4	auszurechnen	ausrechnen	70	39	st,	n t,
				71	44	48 Schuh qwes	84 Schuh q w des
				102	38	b a c,	b a d,

Inhalt dieses Ersten Theils.

Erste Frage / Von der Arithmetica.

1 Fürgabe / Von denen Ziffern und der daraus entstehenden Zahlen Eigenschafft.
2 Fürgabe / Von Gebrauch der Zahlen.
3 - Von denen 5 Speciebus in gantzen Zahlen.
4 - Von der Regula Detri in gantzen Zahlen.
5 - Von denen 5 Speciebus getheilter-oder gebrochener-Zahlen.
6 - Von der Regula Detri in gebrochenen Zahlen.

Andere Frage von der Geometria.

1 Fürgabe/ Eine ausdehnende Schnecken-Linie auffzureissen / so bey der Mechanica gebräuchlich.
2 - Das Centrum gravitatis oder Schwere-Punct eines ieden Triangels zu finden.
3 - Eine iede irregulare recht-linische Figur / in einen Triangel / Parallelogram und Qvadrat zu verwandeln.
4 - Eine gantz irregulare Figur in einen Triangel zu verwandeln.
5 - Zwey ungleichförmige recht-linische Triangel zusammen zu addiren.
6 - Eine iede Fläche noch an eine andere Fläche nach Begehren zu bringen.
7 - Zwey ungleichförmige Triangel von einander zu subtrahiren.
8 - Eine iede Fläche zu multipliciren oder 2. 3. 4 und mehr mal so gross zu machen.
9 - Eine iede Fläche noch um ein begehrt Theil grösser zu machen.
10 - Einen ieden Triangel in etliche begehrte andere gleich-grosse-und gleichförmige Triangel zu dividiren oder zu theilen.
11 - Von der Decimal-Rechnung Eigenschafft und Rechnungs-Art.
12 - Von Ausziehung der Qvadrat Wurtzel / samt deren Beweiß.
13 - Von Ausziehung der Cubic-Wurtzel / samt deren Beweiß.
14 - Worauf die Ausrechnung der flachen Figuren gegründet
15 - Eines ieden Triangels qvadrirten Jnhalt / durch Hülffe dessen perpendicular-Linie auszurechnen.
16 - Wie eines ieden Triangels perpendicular-Linie durch Rechnung zu finden.
17 - Eines ieden Triangels Jnhalt / durch dessen 3 bekannte Seiten auszurechnen.
18 - Einer ieden re-oder irregularen recht-linischen Figur oder Fläche qvadrirten Jnhalt auszurechnen.
19 - Eines Circuls qvadrirten Jnhalt auszurechnen.
20 - Eines Circulstücks qvadrirten Jnhalt auszurechnen.

Dritte Frage von der Stereometria.

1 Fürgabe / Zugespitzte Cörper auffzureissen.
2 - Cörper so gleich aus / oder durchgehends gleich dick / auffzureissen.
3 - Abgekürtzte Cörper auffzureissen.
4 - Von Auffreissung derer 5 regulirten Cörper.
5 - Wie zwischen zweyen fürgegebenen geraden Linien / zwey mitlere gleich verhaltende zu finden.
6 Zugespitzte Cörper in andere / so durchaus gleich dick / zu verwandeln.
7 Ein Prisma in einen Cubum zu verwandeln.
8 Zwey / drey und mehr Cubos zusammen zu addiren / oder in einen zu bringen.
9 Einen kleinen Cubum von einen grössern abzuziehen.

10 Einen Cubum zu multipliciren / oder etliche mal grösser zu machen.
11 Einen Cubum noch um ein begehrt Theil grösser zu machen.
12 Einen Cubum in etliche andere gleich grosse Cubos zu theilen.
13 Zugespizter Cörper cubischen Inhalt auszurechnen.
14 Cörperlicher Figuren / so gleich aus einer Dicke / ihren cubischen Inhalt auszurechnen.
15 Abgekürzter Cörper cubischen Inhalt auszurechnen.
16 Einer Sphæræ oder Kugel cubischen Inhalt auszurechnen
17 Eines Kugelstücks cubischen Inhalt auszurechnen.
18 Die 5 Corpora regularia auszurechnen.
19 Die 5 Corpora regularia noch auf eine andere Art auszurechnen.
20 Eines Icosaedri cubischen Inhalt auszurechnen.
21 Aus einer Kugel ein Dodecaëdrum zu bereiten.
22 Wenn die Seite eines Tetraëdri bekand / den Diametrum einer Kugel zu finden / darinnen solches eingeschlossen wäre.

Vierte Frage / Von der Mechanica.

1 Fürgabe/ Wie vielerhand Rüstzeuge bey der Mechanica erfordert werden.
2 Von dem Hebel und seinem Vermögen
3 Von des Hebels Multiplication oder Vervielfältigung
4 Von Rad und Trieb / und dessen Vermögen
5 Von der Schraube und ihrem Vermögen
6 Von Seil und Kloben / und dessen Vermögen.
7 Von Keil und seinem Vermögen
8 Von denen Kräfften
9 Von der Menschlichen Krafft.
10 Von der Thiere Krafft.
11 Von der Krafft der Erden.
12 Von der Krafft des Wassers.
13 Von der Krafft des Windes.
14 Von der Krafft des Feuers.
15 Des Hebels Vermögen zu beweisen.
16 Des Rad und Triebs Vermögen zu beweisen.
17 Das Vermögen der Schraube zu beweisen.
18 Des Seil und Klobens Vermögen zu beweisen.
19 Das Vermögen des Keils zu beweisen.
20 Wie schwer wohl ohngefehr die gantze Welt oder Erdkugel seyn solte.
21 Wie Archimedes den Erdboden aus seinem Centro verrucken können.
22 Was vor eine Gewalt erfordert werde die Erdkugel 1 Zoll breit seitwarts zu bewegen.
23 Was vor eine Gewalt seyn müße / die Erdkugel seitwarts fortzuwaltzen.
24 Fürgabe/ Wird fernerweit bewiesen / waß vor eine Krafft oder Gewalt erfordert werde/ die Erdkugel zu bewegen.

Fünffte Frage / Von Brenn-Spiegeln.

1 Fürg. Von des Brenn-Spiegels Effect oder Wirckung
2 Von Eigenschafft der reflex Strahlen / derer Spiegel
3 Von Circul-Segment oder Circulschnitt.
4 Von der Linea Parabolica
5 Wie die Linea Parabolica auffzureissen.

6 Wie die Linea Parabolica auf eine andere Manier geometricè (denen Puncten nach) auffzureißen.
7 Wie die Linea Parabolica noch auf eine andere Art geometricè (denen Puncten nach) auffzureißen.
8 Wie der Brenn-Punct der Circul-Linie zu finden/ und Beweiß wo solcher Brenn-Punct seinen Ort habe.
9 Wie der Paraboliſchen Linie ihr Brenn-Punct zu finden / auch zu beweiſen / wo solcher Brenn-Punct seinen Ort habe.
10 Wie ein hohler Spiegel oder Brenn-Glaß zu machen / so auf 500 oder 1000 Schuh weit anzünden kan.
11 Wie mit vorhergemelten Brenn-Glaß auf 1000 Schuh weit anzuzünden.
12 Wie auf eine andere Manier durch Hülffe der Sonnenſtrahlen biß 1000 Schuh weit anzuzünden.
13 Ein Glaß oder andere Materia also zu bereiten / welches sich selbst zerschmelzet.

Sechste Frage/ von der Fortification.

1 Fürgabe/ Von Ursprung der Vestungen.
2 Von Erklärung der Wörter/ so bey der Fortification gebräuchlich.
3 Wie der Grundriß einer regular-Vestung aufs Papier zu bringen.
4 Wie Citadellen an Vestungen zu bringen.
5 Von allerhand Außenwercken.
6 Gegen was vor eine Gewalt Vestungen gebauet werden.
7 Aus was vor eine Materia die Vestungen gebauet werden.
8 Welche Bau-Materien die Schüsse der Canonen an besten ausdauren mögen.
9 Was denen Feuer-Mörseln entgegen zu bauen.
10 Wie denen Minen entgegen zu bauen.
11 Von denen Grund-Linien der Vestungen.
12 Von Profil der Vestungen/ oder des Erd-Horizonts Durchschneidung.
13 Von der Höhe des Walls.
14 Ob eine Vestung mit einer second Flanc besser / als ohne dieselbe sey.
15 Welche Flancen, nemlich perpendicular oder schräg/ an besten.
16 Von der Fauſſebray oder Zwinger.
17 Von der Berm oder Zehe an einer Vestung.
18 Von Graben derer Vestungen.
19 Ob ein truckner oder Wasser-Graben besser sey.
20 Was von den Caſſematten der Bollwercke zu halten.
21 Was von denen itzt gewöhnlichen Außenwercken zu halten.
22 Von der Contreſcarp, bedeckten Weg oder Lauff-Graben.

Siebende Frage. Von der Trigonometria.

1 Fürgabe/ Von der Tab. Sinuum und Logarithmen Ursprung und Eigenschafft insonderheit was dero Ausrechnung betrifft.
2 Von etlichen Anmerckungen / so wohl der Tabulæ Sinuum, Logarithmen, als auch derer Triangeln.
3 Von denen rechtwincklichten Triangeln.
4 Von denen scharffwincklichten Triangeln.
5 Von denen stumpffwincklichten Triangeln.
6 Wie an einem ieden scharff- und stumpff-wincklichten Triangel / daran 2 Winckel und 1 Seite bekand / die übrigen Seiten nach einer allgemeinen Regul zu finden.

7 Wie eines Circulstücks Inhalt (daran nur die Chorda und Sagitta bekand) auszurechnen.
8 Wie die Polygon einer regular 8 Eckichten Vestung auszurechnen.
9 Wie ein ieder scharffwincklichter Triangel / daran 2 Winckel und 1 Seite bekand / auf etliche 100 Arten auszurechnen.

Register etlicher besonderer Anmerckungen so in diesem ersten Theil enthalten.

Beweiß der Regulæ Detri durch Figuren. - - pag. 3
Beweiß der Regulæ Detri in gebrochenen Zahlen. 7
Der Decimal-Rechnung Beweiß durch Figuren. - 12. 13
Der Beweiß / die extraction der Qvadrat-Wurtzel betreffend durch Figuren. 14
Beweiß der extraction der cubischen Wurtzel / durch Figuren. - 16
Radix, Zensus, Cubus, Zens de Zens, Sursolidus, Cubizensus, Bisursolidus, Zens Zens de Zens und Cubicubus in Figuren vorgestellet 16.17
Nach was Fundament alle flachen Figuren ausgerechnet werden. - 17
Unterschiedlicher Autorum auch andere Vergleichung / des Diametri eines Circuls gegen dessen Circumferenz, und Demonstration - 20
Beweiß der Ausrechnung des Circuls - - 21. 22
Ob mehr als 5 Corpora regularia seyn können - 25
Wie der Delier Auffgabe / einen cubischen Altar noch einmal so groß zu bauen zu resolviren sey - - - 27
Worauf die Ausrechnung der Cörper gegründet - 28
Die Ausrechnung der 5 regulirten Cörper in gemeinen Zahlen und zugleich darüber verfertigten unterschiedlichen Tafeln - 32
Beweiß daß die Schnellwage nichts anders als ein Hebebaum 42
Die Multiplication oder Vervielfältigung des Hebels - 42
Eine Machine in 5 Rädern bestehend / womit 100000 Centner können gehoben werden - - 43
Die Mulriplication des Seil und Klobens - - 45
Beweiß des Hebels / Rad und Triebs / der Schraube / Seil und Klobens / wie auch des Keils / durch Figuren - - 48. 49. 50
Aus was Materia die Erdkugel oder der gantze Erdboden bestehe - 52
Die Schwere der gantzen Erdkugel - 53
Die Ausrechnung der Schnellwage - - 54
Wenn Archimedes die Welt durch den Hebel / oder Rad und Trieb / item durch die Schraube bewegen wollen / von was Grösse solche Machinen müsten gewesen seyn / durch Figuren erkläret und vorgestellet - 54. 55
Etliche sonderbahre Betrachtungen / die Beweglichkeit der Cörper betreffend 56
Beweiß / daß die Erdkugel gar keine Schwere / ja nicht ein einziges Lot schwer sey / auch 100000 Archimedes selbige nicht bewegen würden 57
Der Effect oder Wirckung eines Brenn-Spiegels - 59
Von der Brenn-Spiegel Eigenschafft - - 60
Wie eine iede begehrte Paraboliſche Linie / so wohl durch eine darüber verfertigte Tabella / alß auch sonst commod auffzureißen - 61. 62
Der Brenn-Punct einer ieden Circul-Linie zu finden - 63
Beweiß wo der Brenn-Punct der Paraboliſchen Linie seinen Ort habe / und wie selbiger zu finden sey - - 64

Ein Brenn-Glaß oder Brenn-Spiegel zu machen / so auf 500 biß 1000 Schuh weit anzünden würde / auch was damit zu effectuiren wäre - 6
Ein Glaß oder Brenn-Spiegel zu machen / so sich selbst zerschmeltzen muß - 6
Vorstellung der Fortification oder Bevestigung der Städte von Anfang der Welt biß zu itziger Zeit - - 68. 69
Vorstellung unterschiedlicher Bevestigungs-Arten - - 74
Um welcher Ursach willen / oder gegen was vor eine Gewalt Vestungen gebauet werden 74
Aus was Materia die Vestungen bestehen - - 75
Welche Materia die Schüsse der Stücke wohl an besten ausdauren möge 76
Wie denen Feuer-Mörseln und Minen entgegen zu bauen - 76
Discours von Grund-Linien der Vestungen / durch Figuren erkläret - 78
Discours von Profil der Vestungen / auch durch Figuren erläutert 79
Beweiß / daß die second Flanc an einer Vestung eben nicht nöthig sey - 81
Ob die perpendicular-oder schregen-Flancen an besten - 81
Discours von der Faussebray oder Zwinger - 82
Ob ein truckener oder Wasser-Graben besser sey - - 84
Discours von Außenwercken - - - 85
Discours von unterschiedlichen Belagerungen - - 87. 88
Von Ursprung der Tab. Sinuum und deren Eigenschafft - 90
Wie die Tab. Sinuum ausgerechnet werden - - 91. 92
Von Ursprung der Logarithmen - - 93
Wie die Tafeln der Logarithmen ausgerechnet werden - 94
Eines Circulstücks qvadrirten Inhalt / daran Chorda und Sagitta bekand / per Tab. Sinuum zu finden - - 103
Wie die Polygonen regular-Vestungen auszurechnen - 104
Einen scharff-oder stumpffwincklichten Triangel auf etliche 100 Arten per Tab. Sinuum oder per Logarithmos auszurechnen - 105

Bericht / wie die Kupffer-Blätter zu binden.

Solche können entweder nach bey notirten pagina, oder auch sämtlich â parte hinten an gebunden werden.

figur 1.

12 R. lang oder der 2 Satz

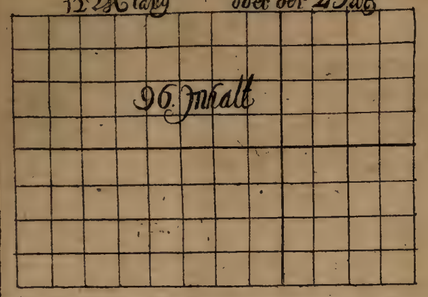
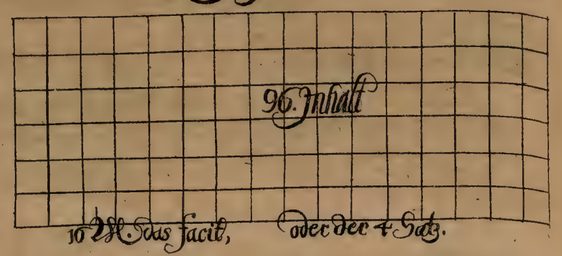


fig. 2.



10 R. das facit, oder der 4 Satz.

fig. 3.

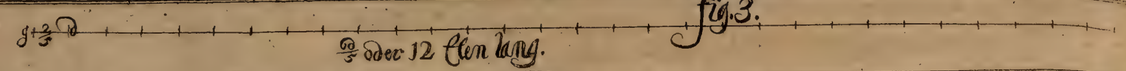
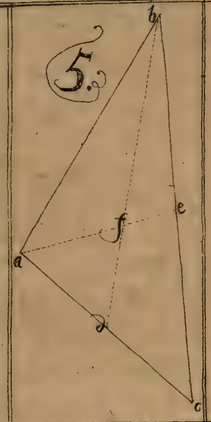
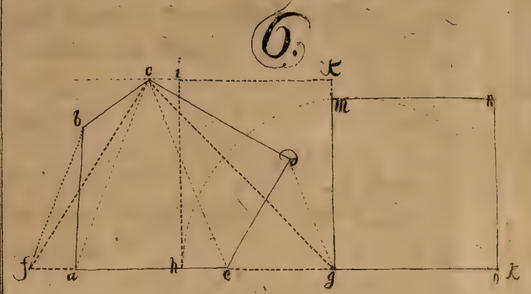


fig. 4.

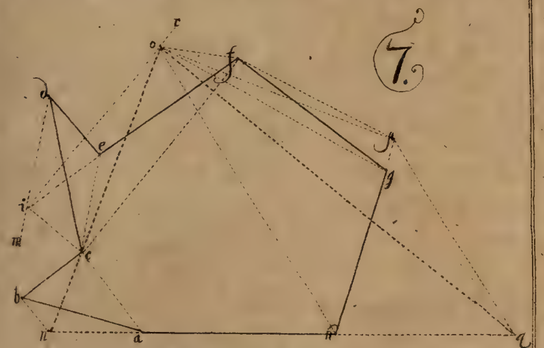
5.



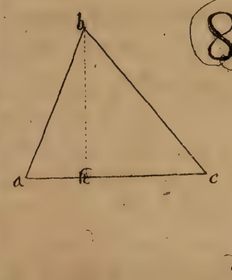
6.

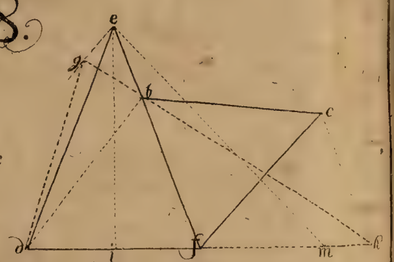


7.

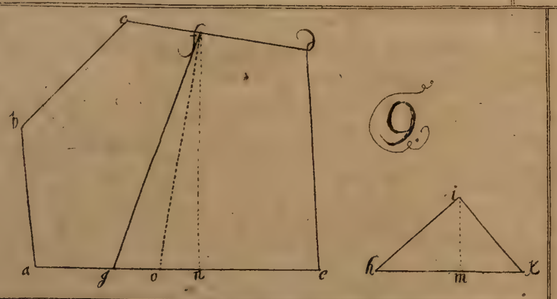


8.

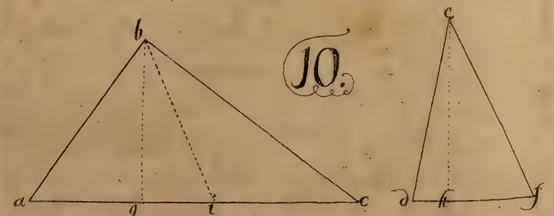




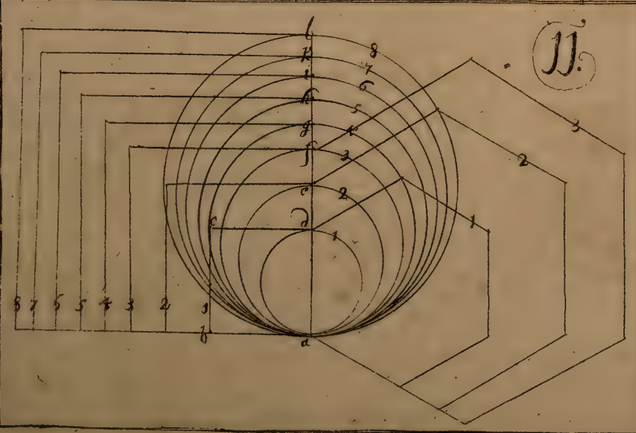
9.



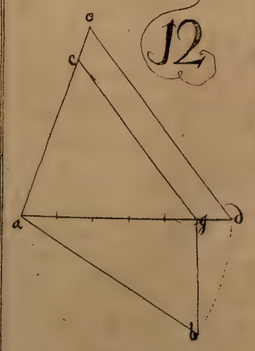
10.



11.



12.



13.

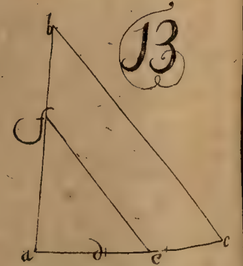


fig. 14.

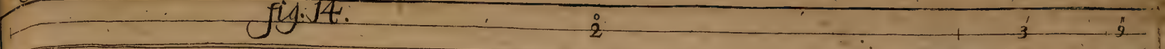
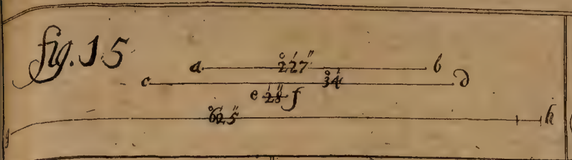
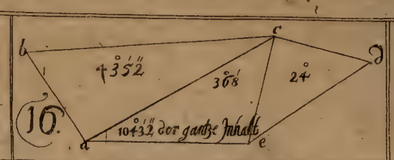


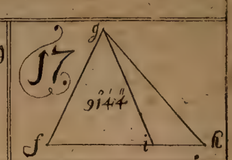
fig. 15



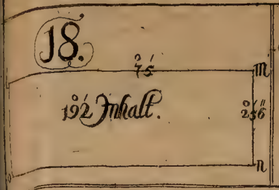
16.



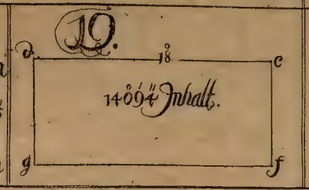
17.

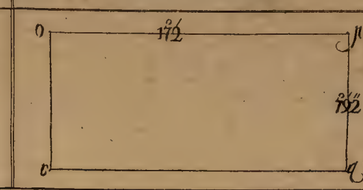


18.

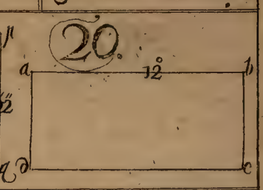


19.



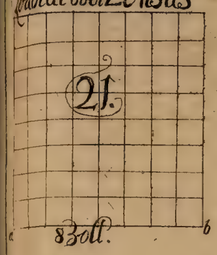


20.

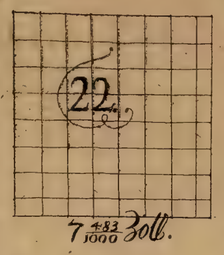


Quadrat oder Zensus

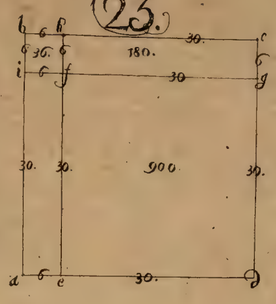
21.



22.

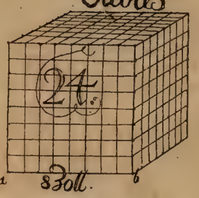


23.

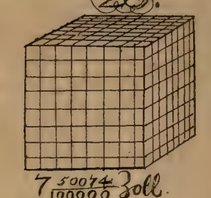


Cubus

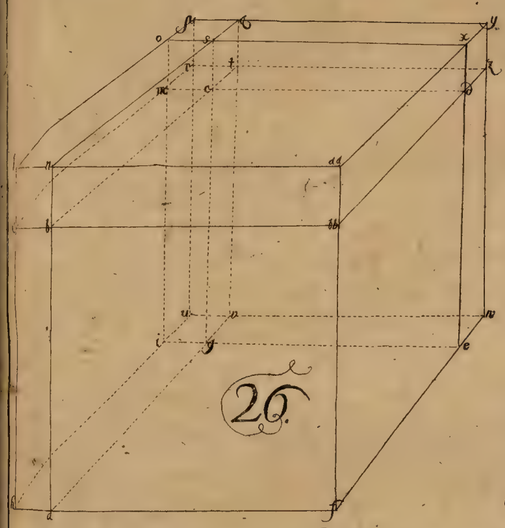
24.



25.



26.

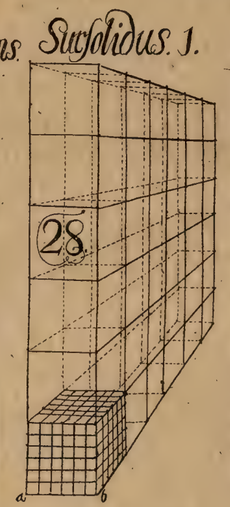


Zens de Zens

27.

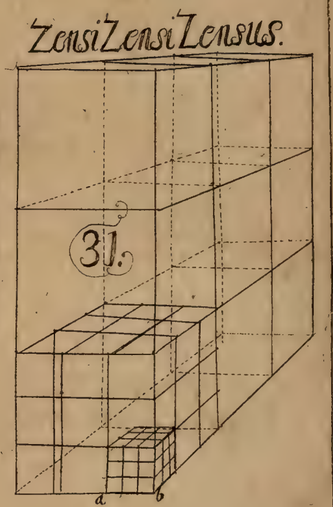
Surfolidus. 1.

28.



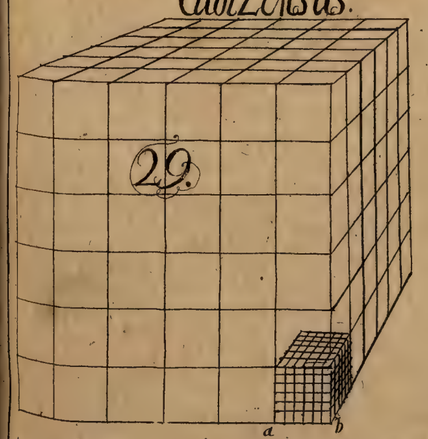
Zensi Zensi Zensus.

31.



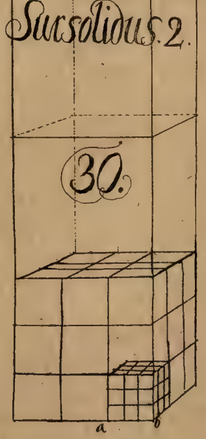
Cubi Zensus.

29.



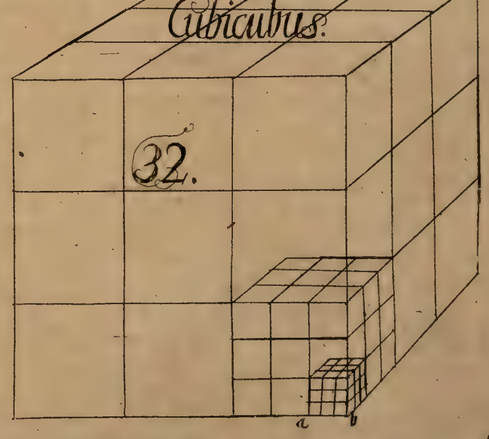
Surfolidus. 2.

30.

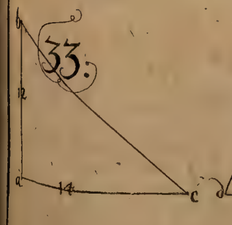


Cubicubus.

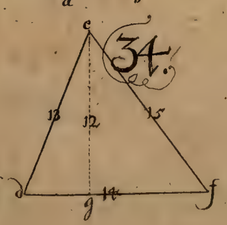
32.



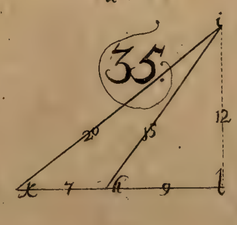
33.



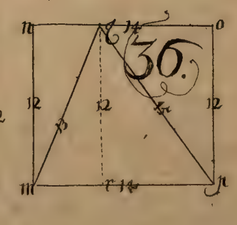
34.



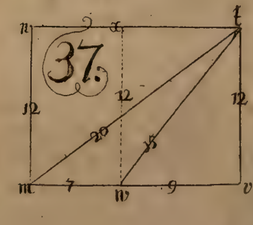
35.



36.



37.



38.

39.

40.

41.

42.

43.

44.

Diameter 7.

Circumference 22.

45.

14 Zoll.

Inhalt 154 Zoll

46.

47.

48.

50.

49.

51.

52.

53.

54.

55.

56.

57.

58.

59.

60.

61.

62.

63.

64.

66.

67.

68.

69.

70.

72.

71.

73.

74.

A.

B.

C.

75.

D.

C.

F

70.

G.

I.

77.

L. M. N. O. P.

Q. R. 78

79.

T. V. W.

80.

A. B. C.

S.

81.

D. C. F.

82.

G. H.

83.

84.

I. L.

85.

86.

M. N.

24 Zoll. 24 Zoll. 3 Zoll. 10 Zoll. 14 Zoll.

O. P.

87.

Q.

88.

R.

89.

S.

90.

T.

91.

92. 93. 94. 95.

96. 97. 98.

99. 102. 104.

100. 103.

101.

108.

4. 2818 / 10000

109.

Fig. 105. oder Tab. der 5 regul. Cörper

Tetraëdr. 1000.	1587. 401/1000	2039. 649/1000	2645. 372/1000	4021. 215/1000
629. 560/1000	Octaëdr. 1000.	1284. 808/1000	1666. 470/1000	2533. 205/1000
490. 280/1000	778. 271/1000	Cub. 1000.	1296. 974/1000	1971. 523/1000
378. 018/1000	600. 067/1000	771. 025/1000	Icosaëdr. 1000.	1520. 094/1000
248. 681/1000	394. 756/1000	507. 222/1000	657. 853/1000	Dodecaëdr. 1000.
249.	395.	507.	658.	

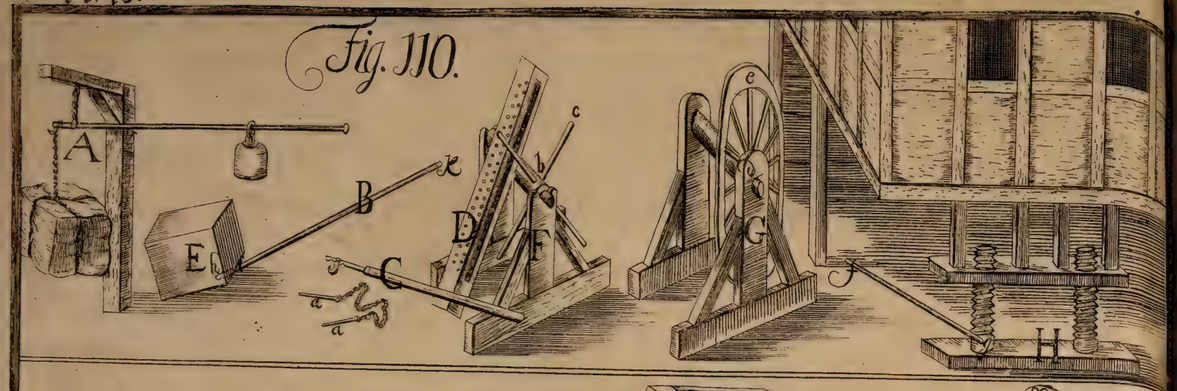
Fig. 106. Wenn der Diameter einer Kugel 1000.

So ist jede Seite	des Tetraëdr	des Octaëdri	Cubi	Icosaëdri	Dodecaëdri
	816. 496/1000	707. 106/1000	577. 350/1000	525. 731/1000	350. 822/1000

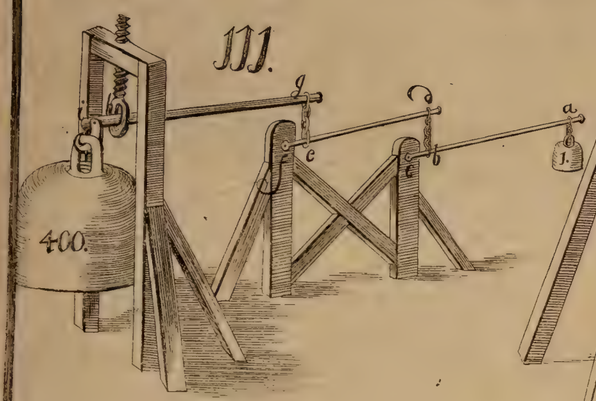
Fig. 107. Wenn jedes regul Corporis Seite 1000.

So ist der Diamet. Sphära	Tetraëdri	Octaëdr.	Cubi	Icosaëdr.	Dodecaëdr.
	1224. 744/1000	1414. 213/1000	1732. 050/1000	1902. 113/1000	2802. 517/1000

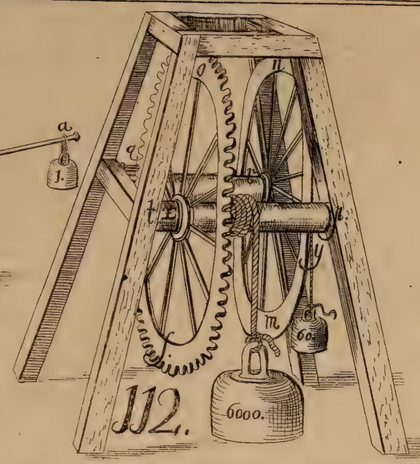
Fig. 110.



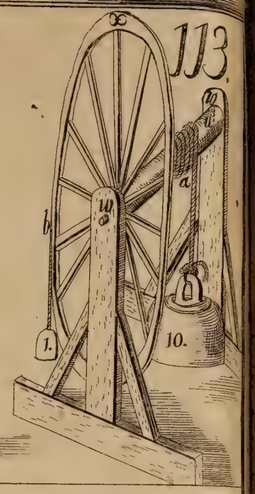
111.

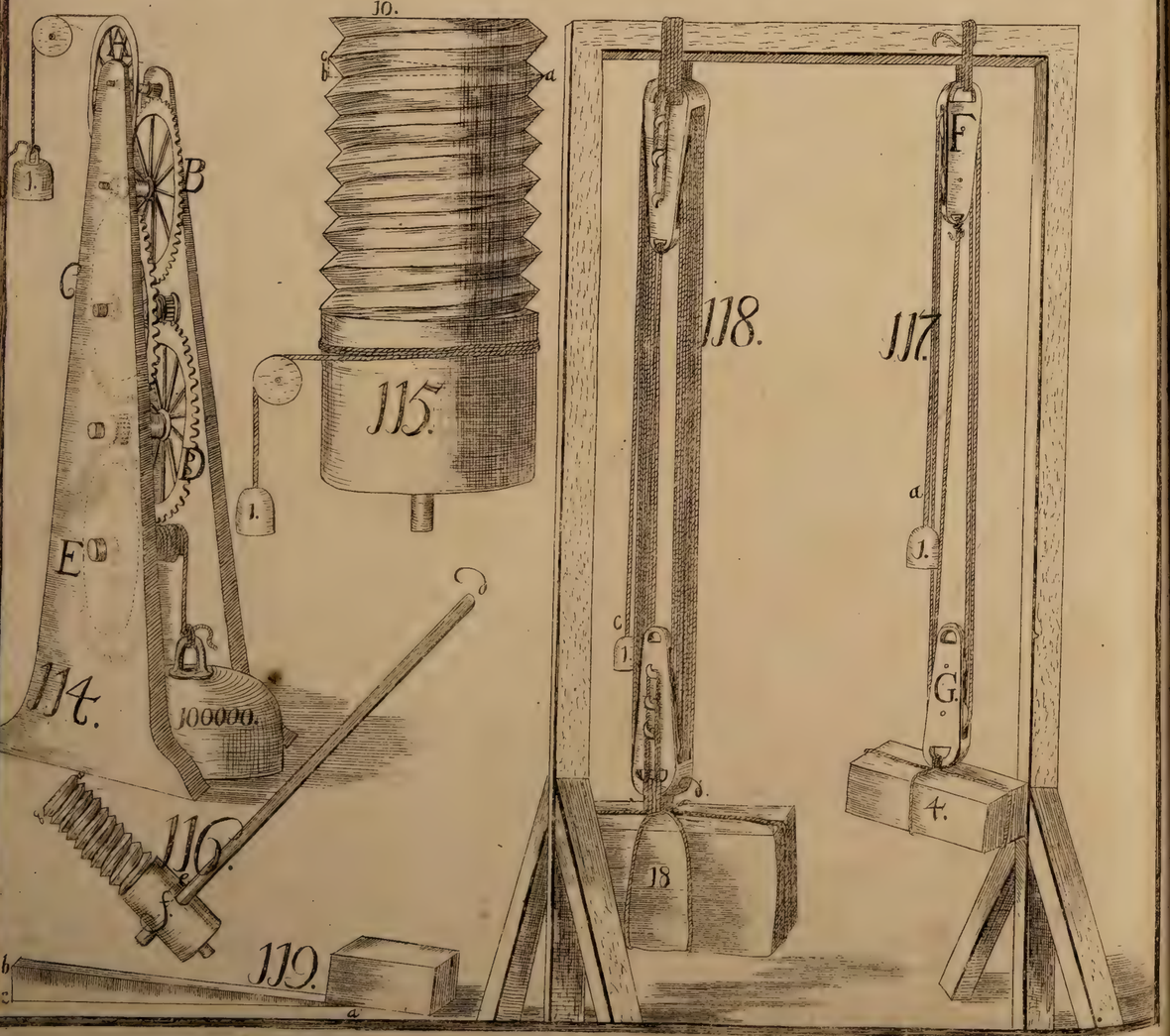


112.

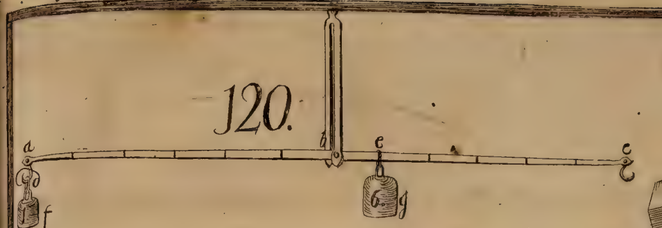


113.

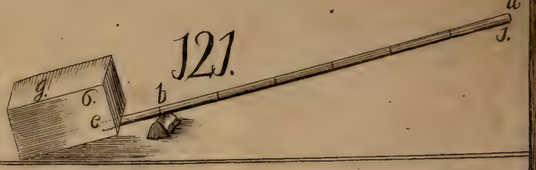




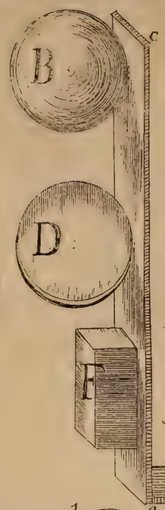
120.



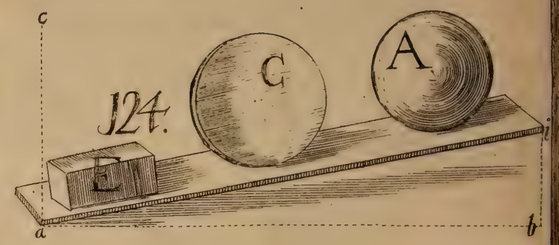
121.



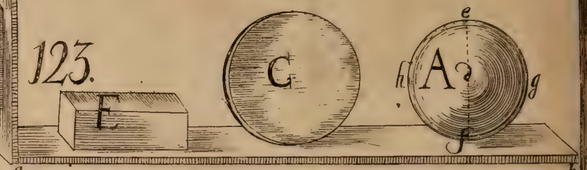
122.



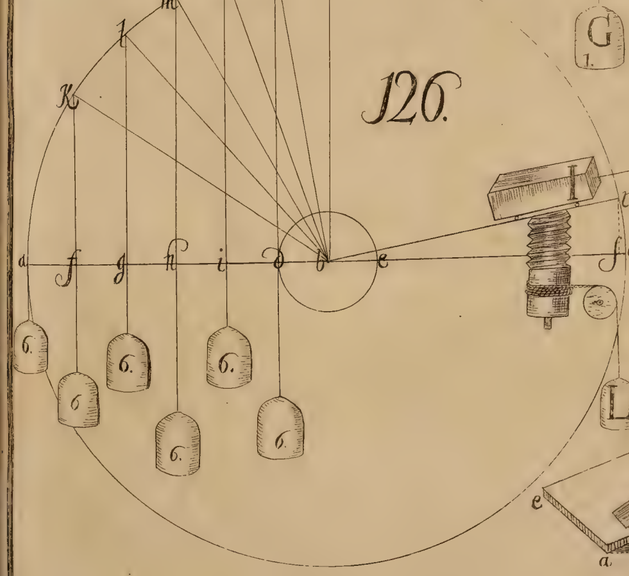
124.



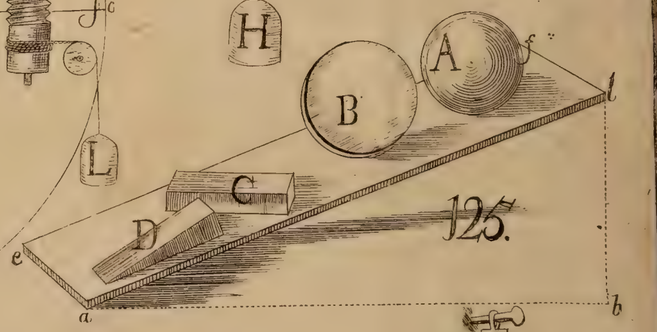
123.



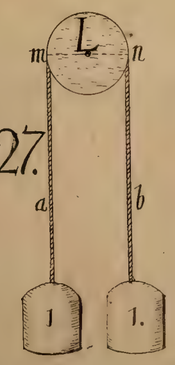
126.



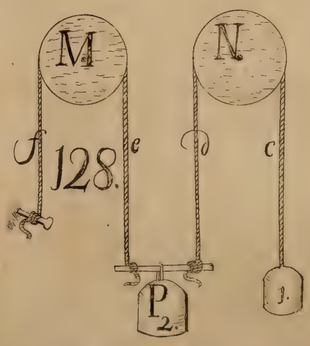
125.



127.



128.



129.

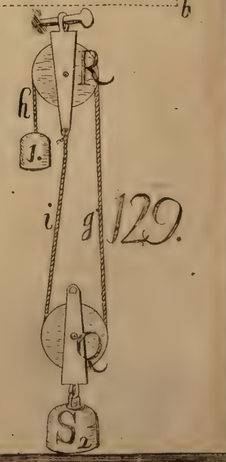
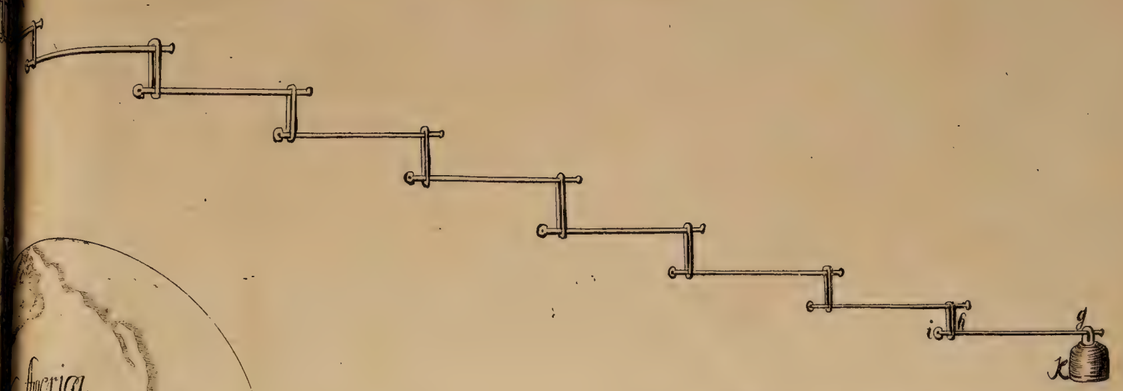


Fig. 130.

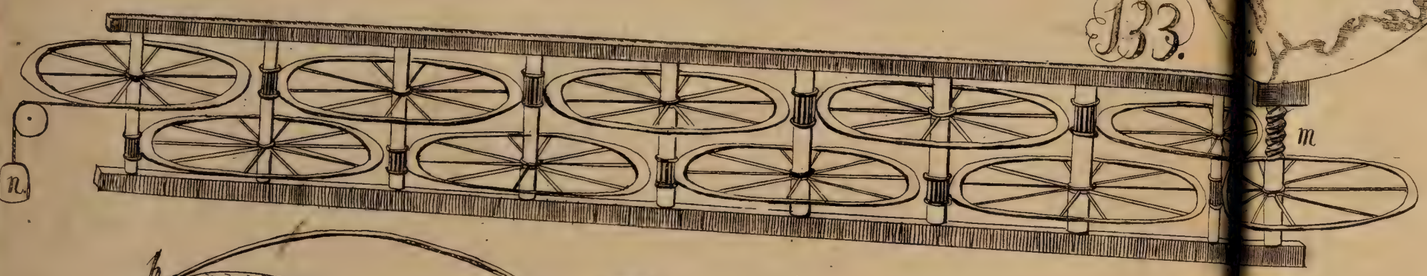
Europa
b.
Asia
Mare Mediterraneum
Africa
Mar del Nort
Mar di India
Diameter oder Dicke 1718 2/7 teutsche Meilen
c
a
America
Oceanus Æthiopicus
Terra Australis Incognita
Circumferentz oder Umfang 5400 teutsche Meilen
Mar del Zur
e
d

131.

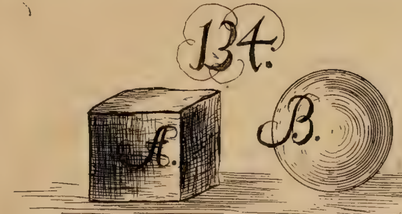
132.



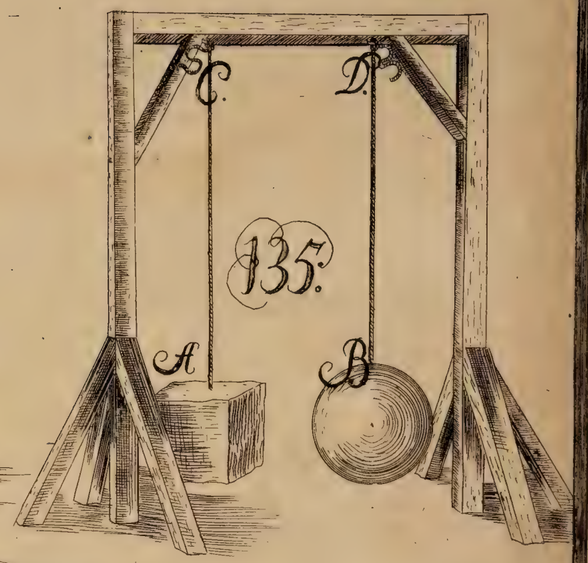
133.



134.

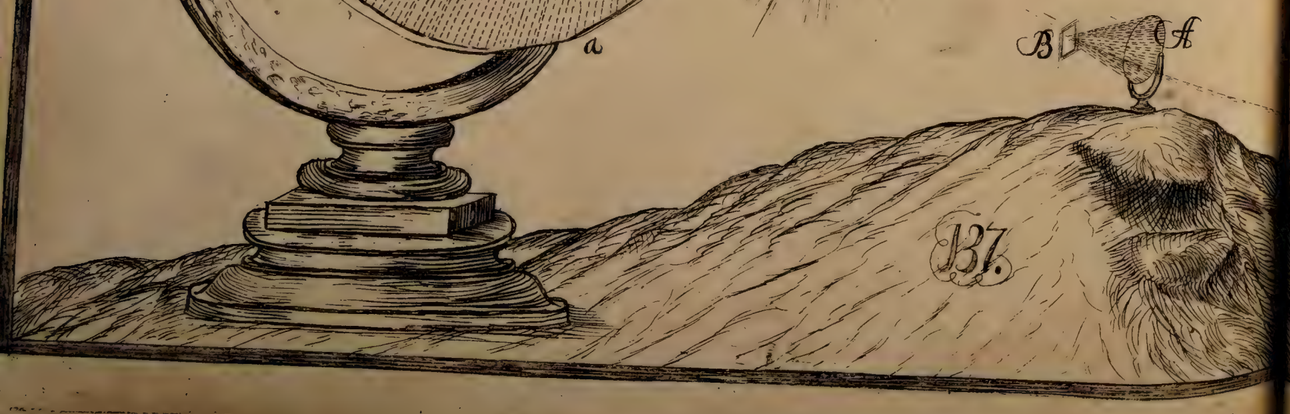


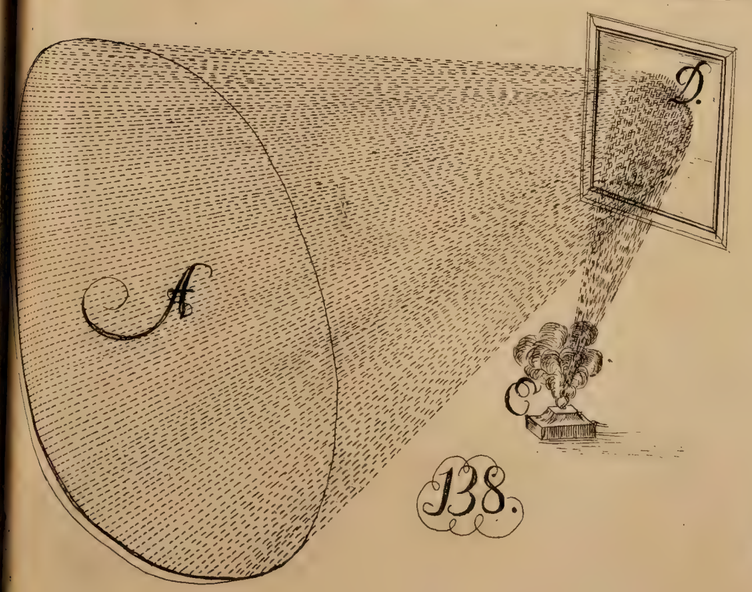
135.



136.

137.





138.

139.

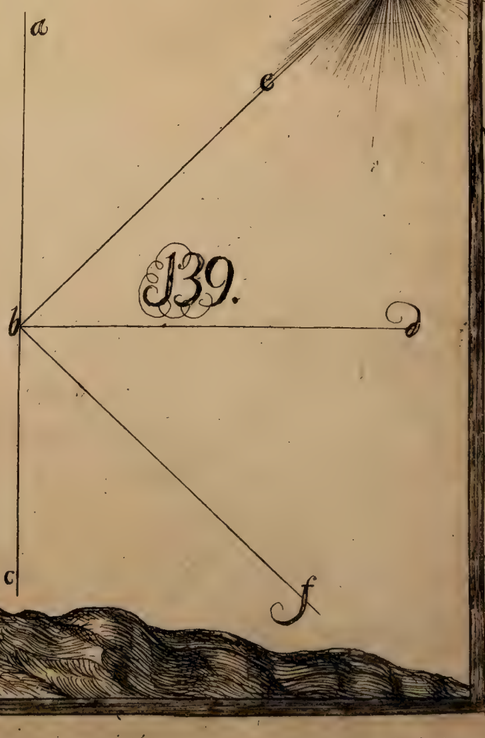


Fig. 140.

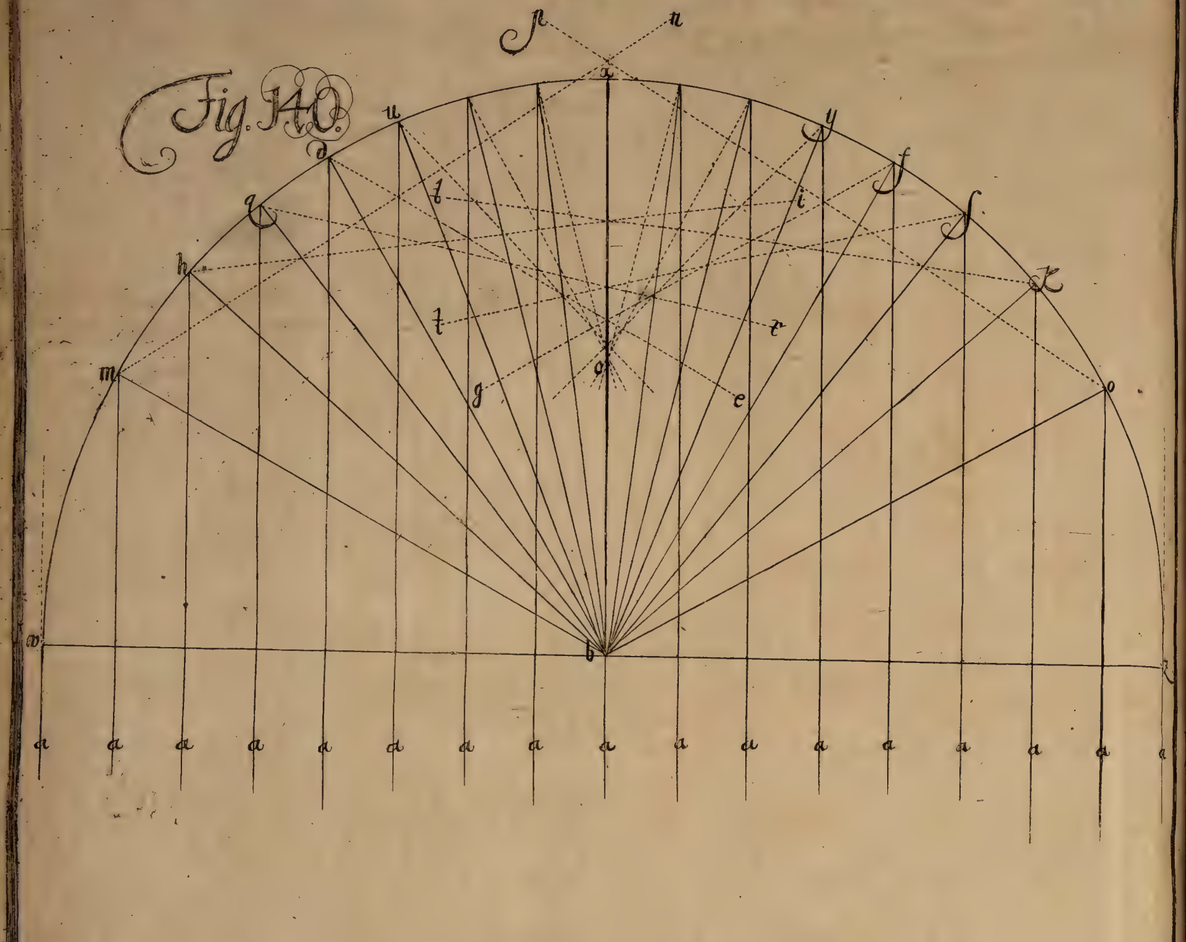
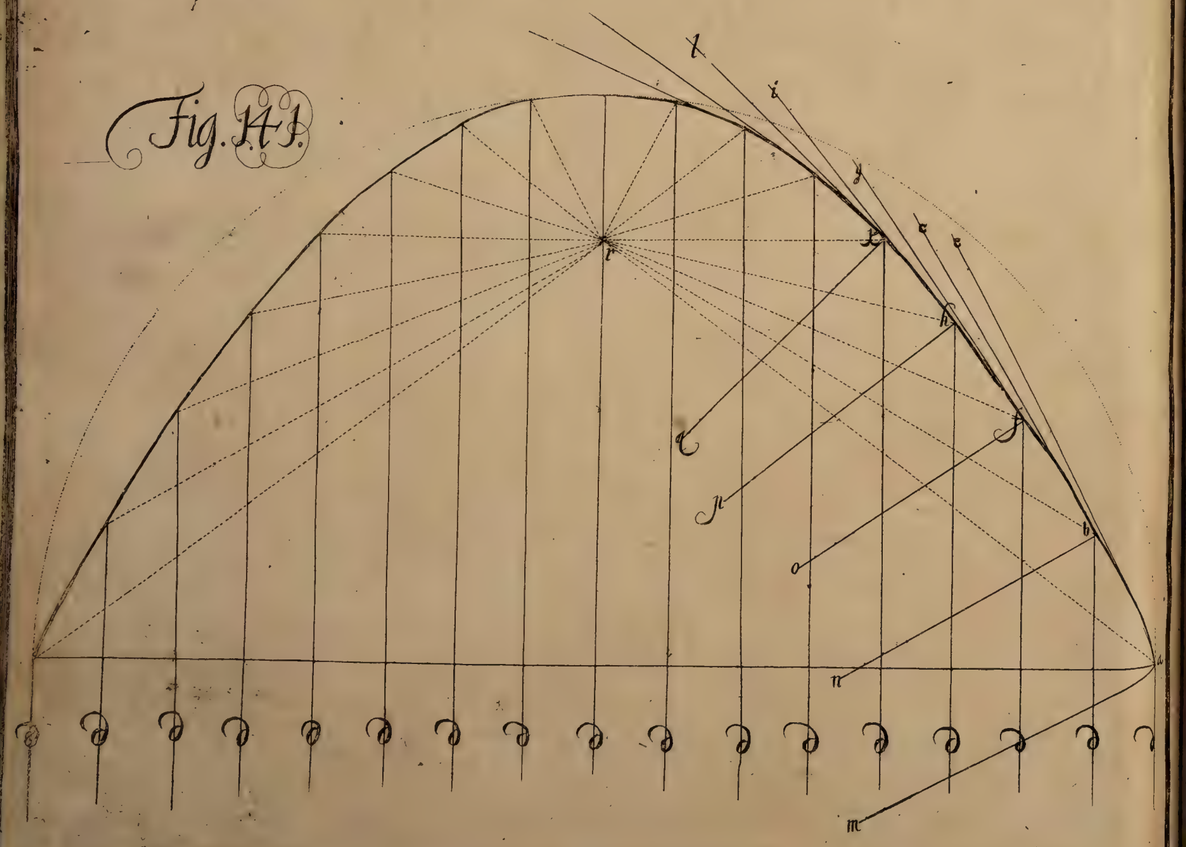


Fig. 141.



142.

Tab. der Lin. Parabol.

Zahl der Perpendicularen

128	64	32	16	8	4	2		Perpend.
1								33
2	1							38
3								46
4	2	1						61
5								76
6	3							91
7								106
8	4	2	1					121
9								136
10	5							150
11								165
12	6	3						179
13								193
14	7							207
15								220
16	8	4	2	1				234
17								248
18	9							261
19								275
20	10	5						288
21								301
22	11							314
23								327
24	12	6	3					340
25								352
26	13							365
27								377
28	14	7						389
29								401
30	15							413
31								425
32	16	8	4	2	1			437

128	64	32	16	8	4	2		
33								449
34	17							461
35								472
36	18	9						483
37								494
38	19							505
39								516
40	20	10	5					527
41								538
42	21							549
43								559
44	22	11						570
45								580
46	23							590
47								600
48	24	12	6	3				609
49								619
50	25							628
51								638
52	26	13						647
53								656
54	27							665
55								674
56	28	14	7					684
57								692
58	29							701
59								709
60	30	15						717
61								726
62	31							734
63								742
64	32	16	8	4	2	1		750

128	64	32	16	8	4	2		
65								758
66	33							765
67								773
68	34	17						780
69								787
70	35							794
71								802
72	36	18	9					809
73								815
74	37							822
75								828
76	38	19						835
77								841
78	39							847
79								853
80	40	20	10	5				859
81								865
82	41							871
83								876
84	42	21						882
85								887
86	43							892
87								897
88	44	22	11					902
89								907
90	45							912
91								916
92	46	23						921
93								925
94	47							929
95								933
96	48	24	12	6	3			937

128	64	32	16	8	4	2	
97							941
98	49						945
99							949
100	50	25					952
101							955
102	51						959
103							962
104	52	26	13				965
105							968
106	53						970
107							973
108	54	27					975
109							978
110	55						980
111							982
112	56	28	14	7			984
113							986
114	57						988
115							989
116	58	29					991
117							992
118	59						994
119							995
120	60	30	15				996
121							997
122	61						998
123							998
124	62	31					999
125							999
126	63						1000
127							1000
128	64	32	16	8	4	2	1000

Fig. 143.

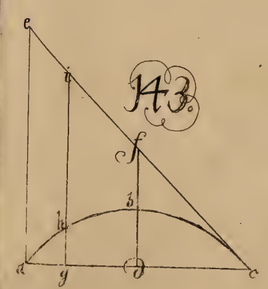


Fig. 144.

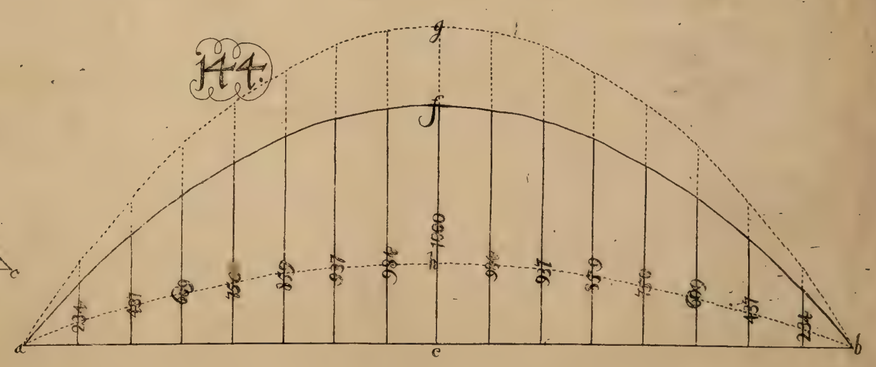
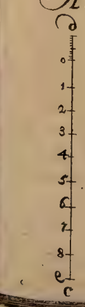
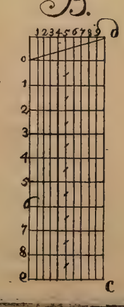


Fig. 145.

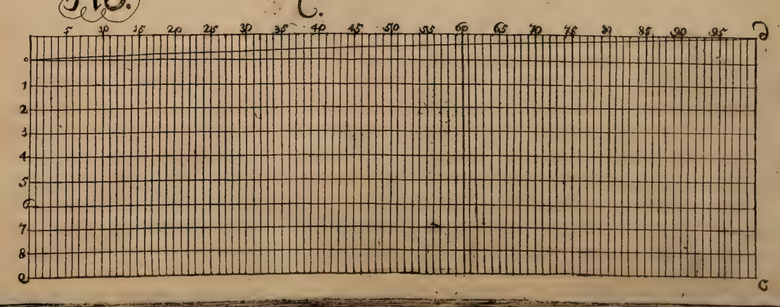
A.



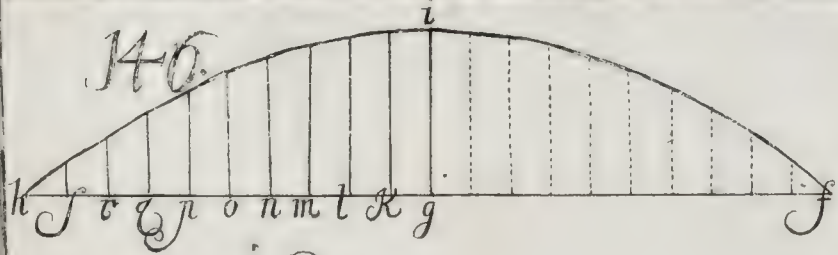
B.



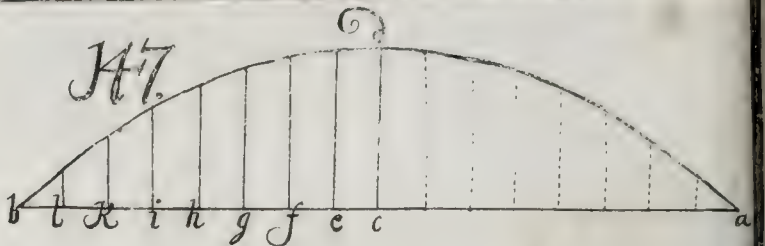
C.



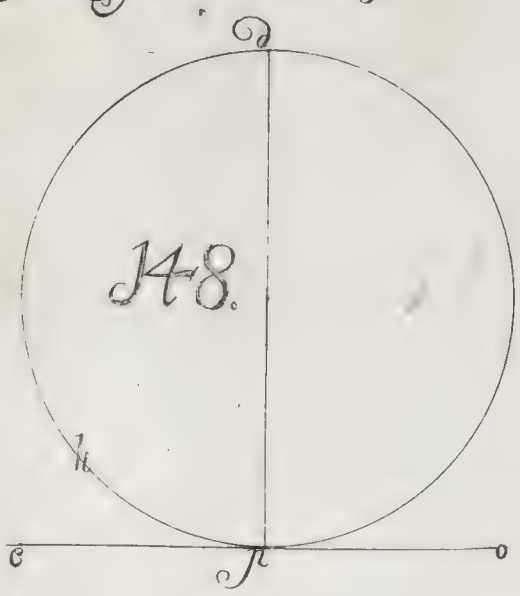
146.



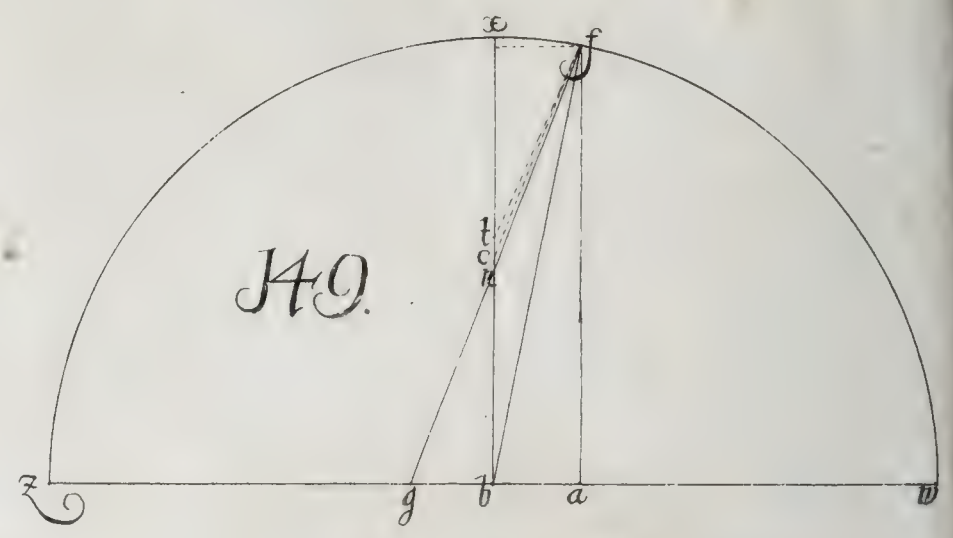
147.



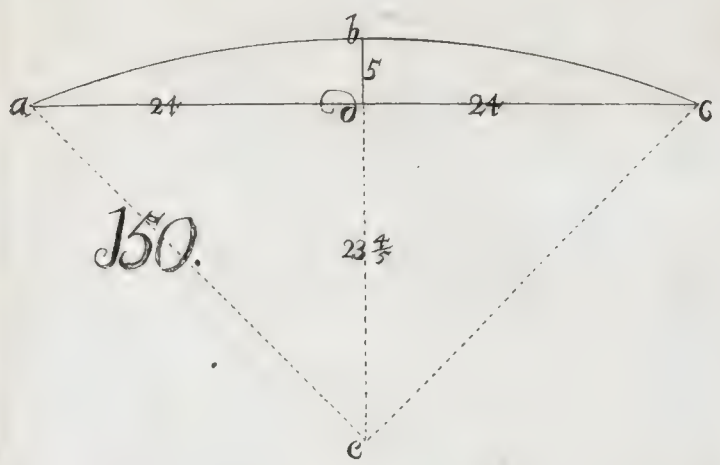
148.



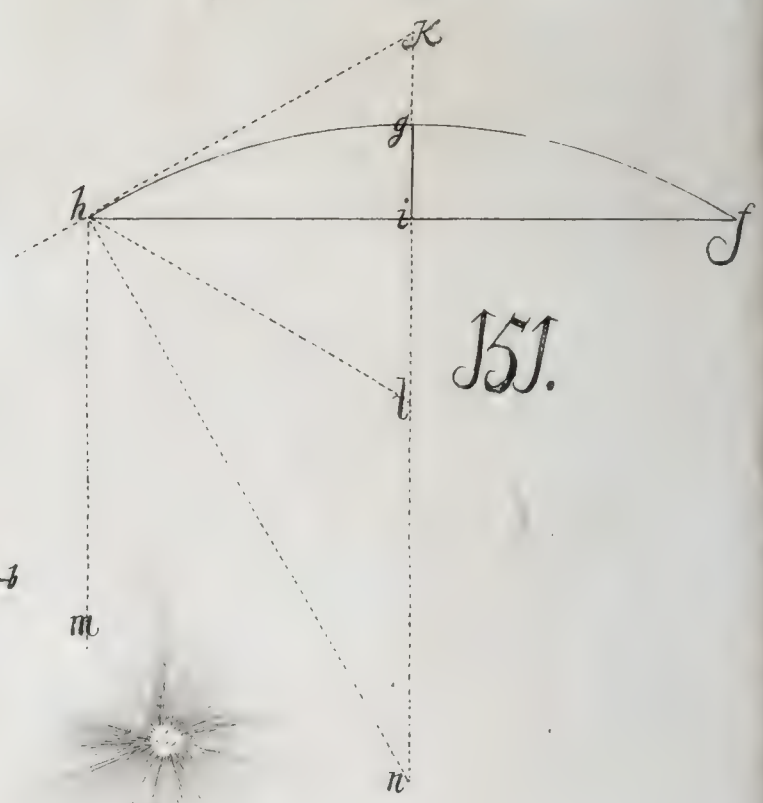
149.



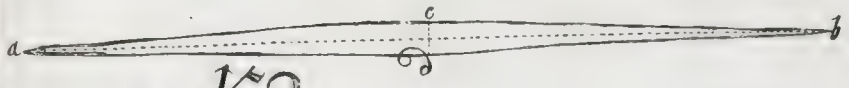
150.



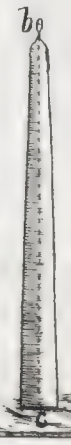
151.



152.

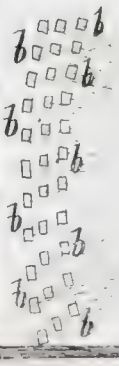


153.

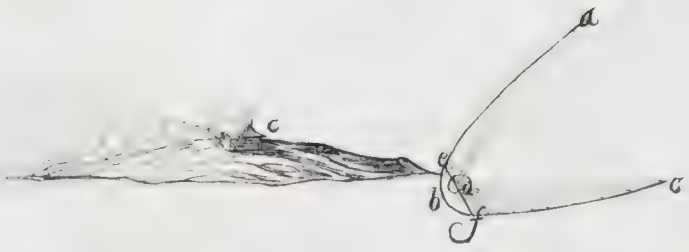


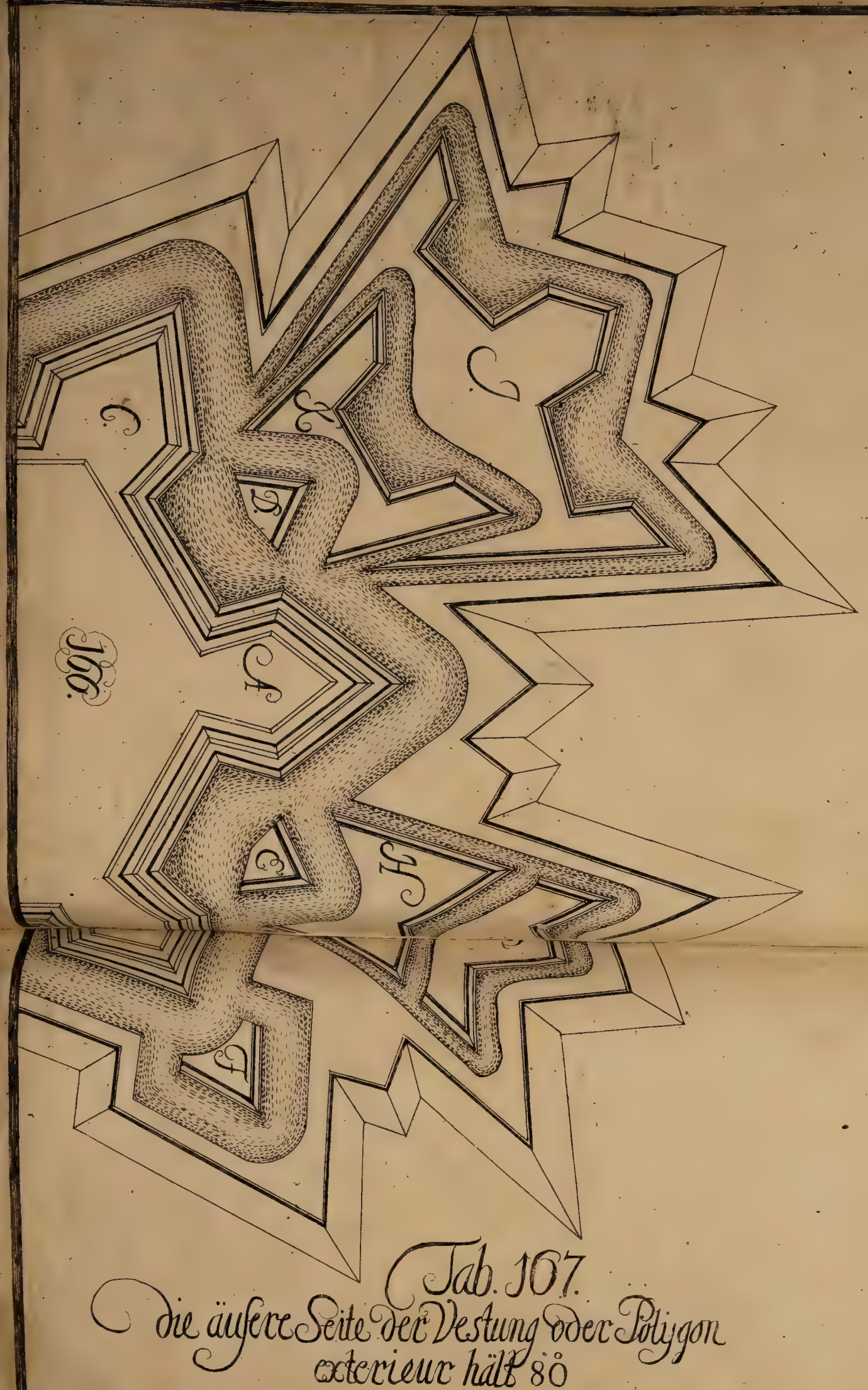
154.

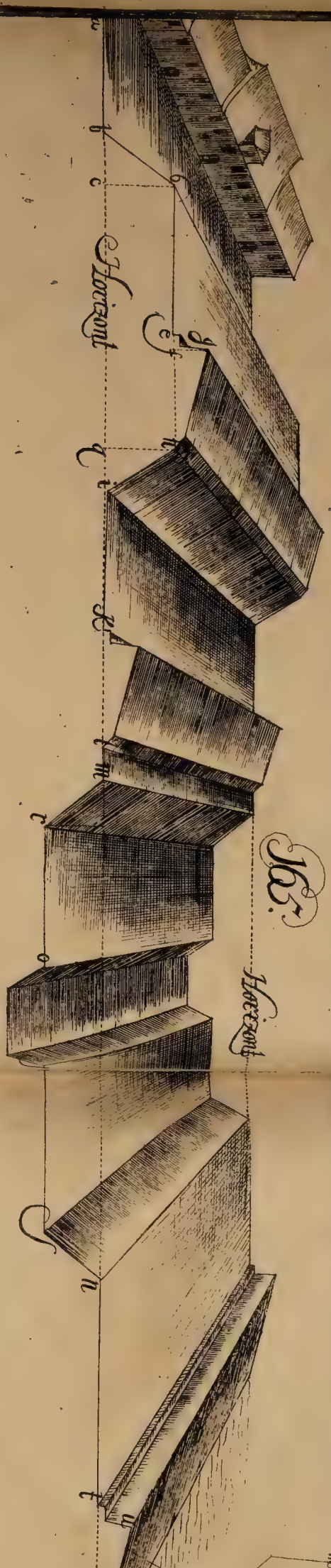
155.

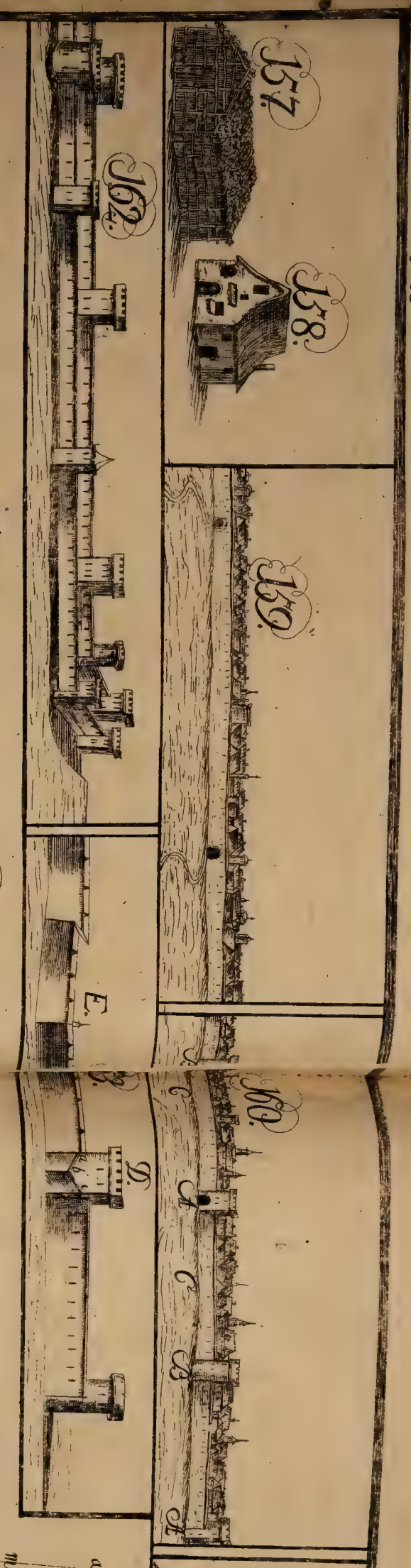


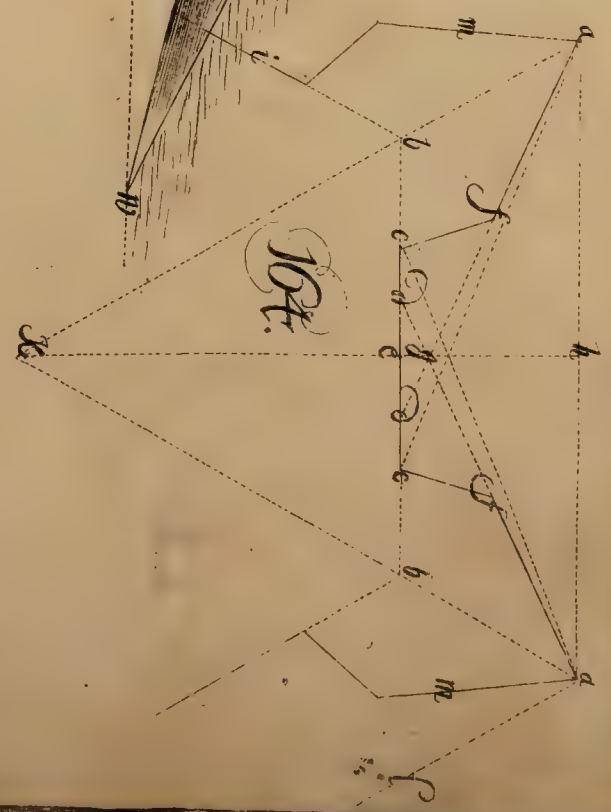
156.











Tab. 107.

die äuſsere Seite der Vestung oder Polygon exterieur hält 8ö

	4 Eck	5 Eck	6 Eck	7 Eck	8 Eck	9 Eck	10 Eck	12 Eck
angulus Centri	90 grad	72 gr.	60. —	51 grad 25.	45. —	40. —	36. —	30. —
Bollwercks Winckel	60 gr.	66. —	70. —	73. —	76. —	80. —	84. —	86. —
Capital	2ö 22′	2ö 57′	2ö 27′	3ö 04′	3ö 51′	3ö 07′	3ö 59′	4ö 01′
Reel linie	8ö 96′	8ö 51′	11ö 75′	13ö 24″	14ö 46′	15ö 16′	15ö 99′	19ö 44′
Face	22ö 79′	22ö 14′	23ö 80′	23ö 52′	22ö 92′	22ö 08′	21ö 60′	23ö 45′
Polygon interieur	49ö 08′	48ö 90′	51ö 49′	52ö 85′	55ö 12′	57ö 23′	59ö 61′	63ö 42′
Cortin	32ö 04′	31ö 88′	27ö 98′	26ö 37′	26ö 18′	26ö 90′	27ö 63′	24ö 53′
Flanc	10ö	14ö	16ö	18ö	20ö	21ö	21ö 5	22ö.
perpendic. Zur Cortin	15ö 01′	21ö 50′	25ö 35′	27ö 96′	30ö 03′	30ö 75′	31ö	32ö 85′
Streichlinie	58ö	60ö	60ö	60ö	61ö	61ö 5	62ö	62ö

Fig. 169.

Horizont

Fig. 168.

A

B

C

G.

E

Ruten

60 50 40 30 20 10

Scala zu Fig. 168.

Scala von 100 Rheinl. Ruten

fig. 170.

Fig. 171.

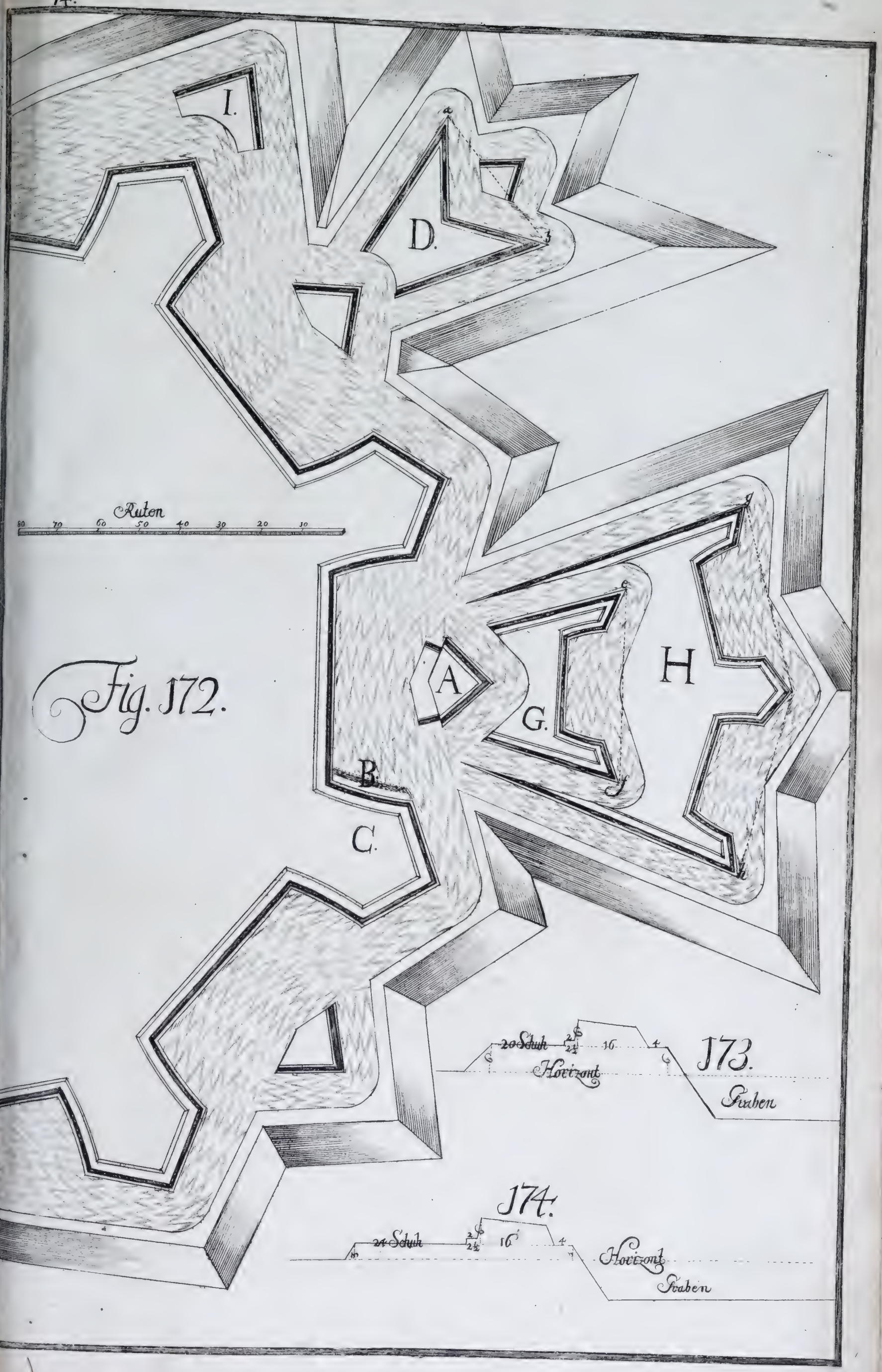
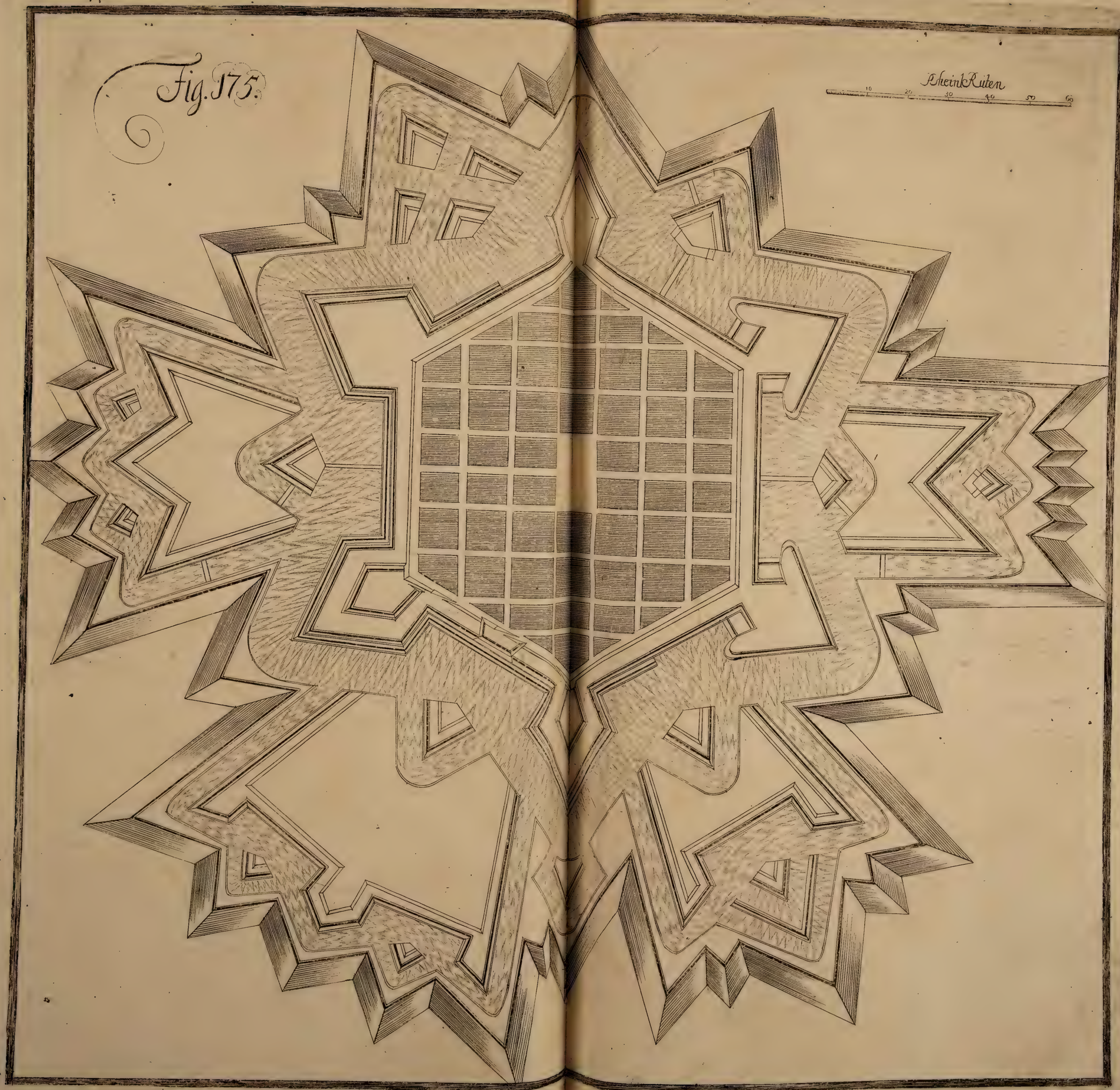


Fig. 172.

Fig. 173.

Fig. 174.

Fig. 175.



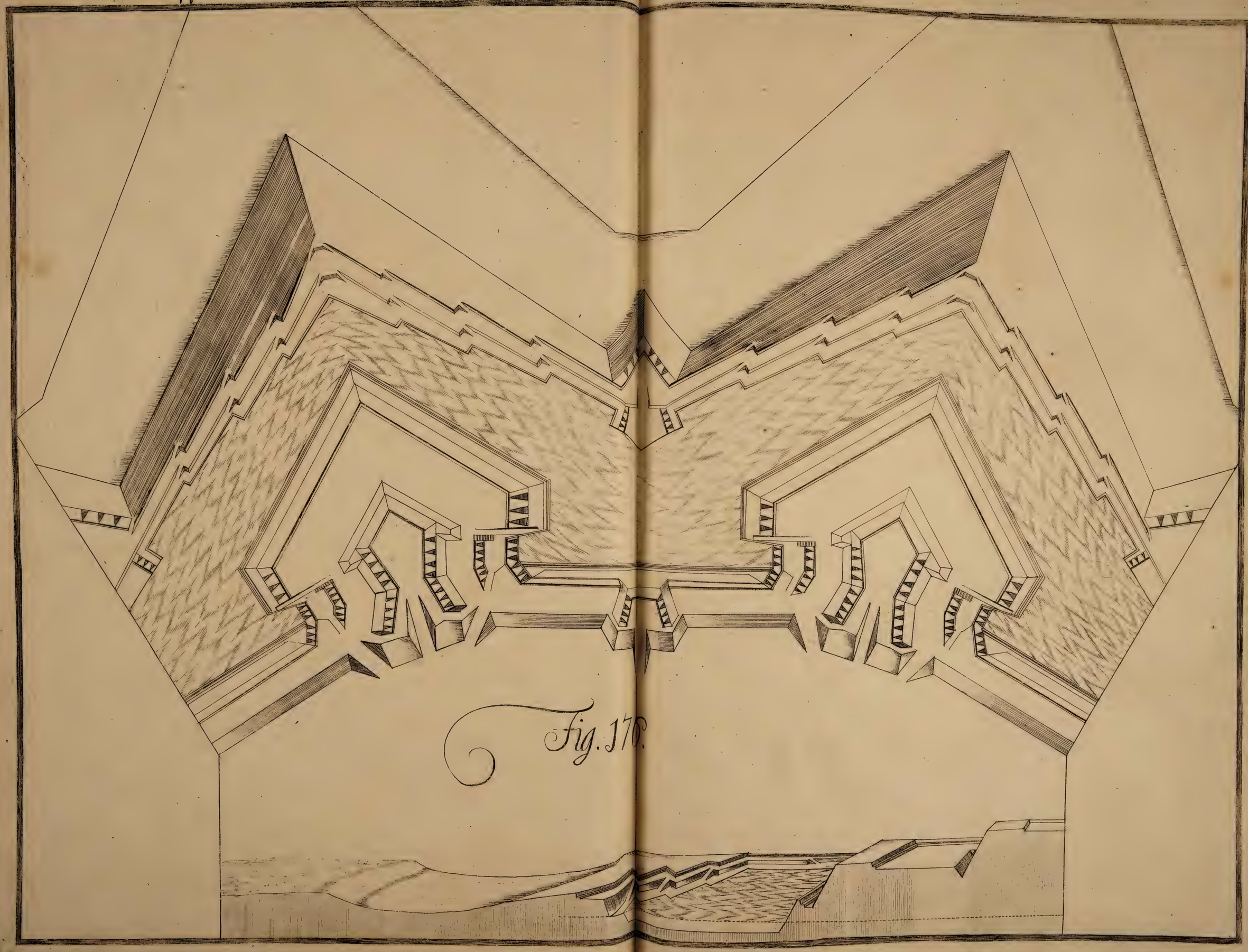


Fig. 176.

Fig. 177.

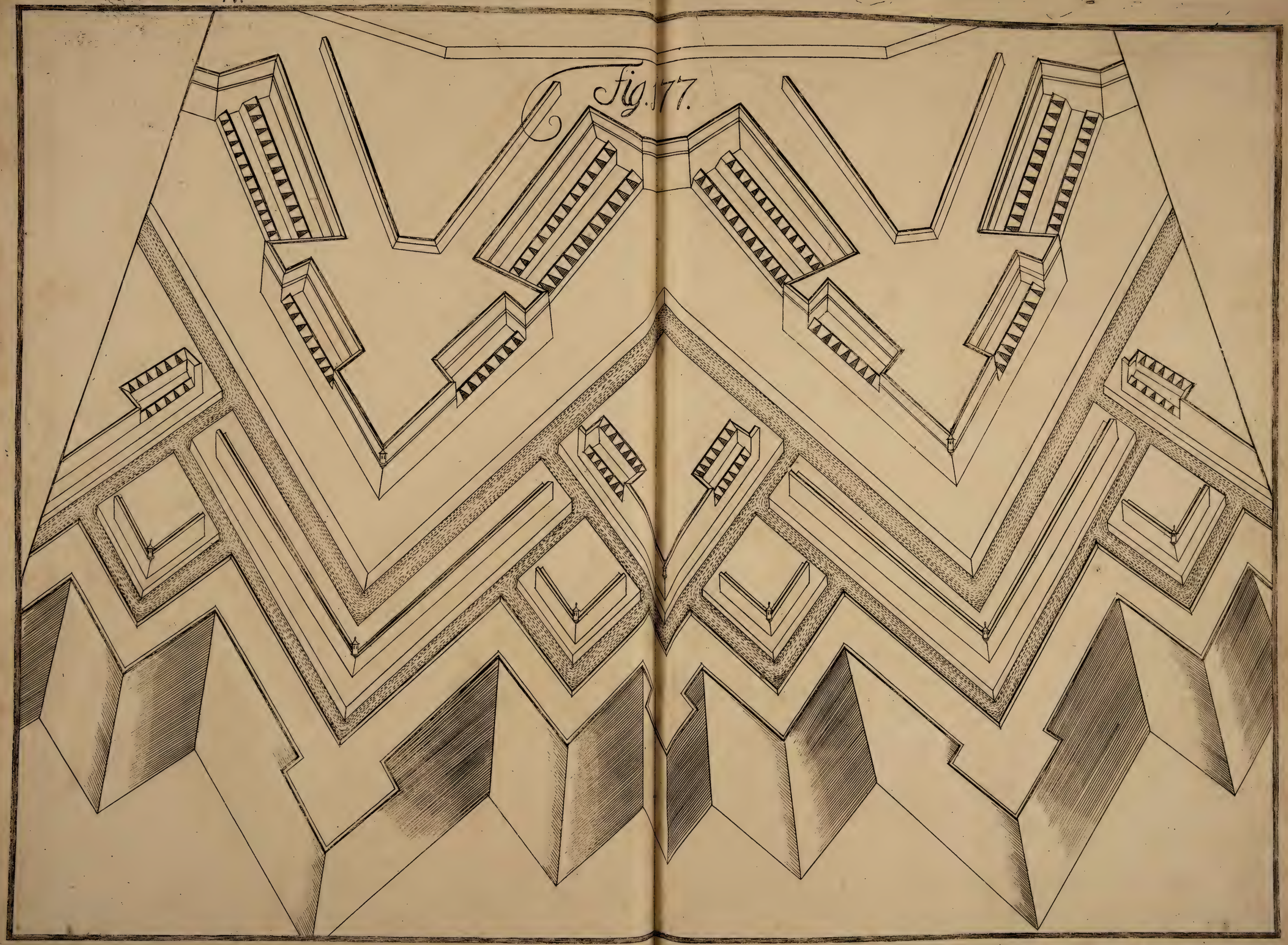


Fig. 178.

Fig. 179.

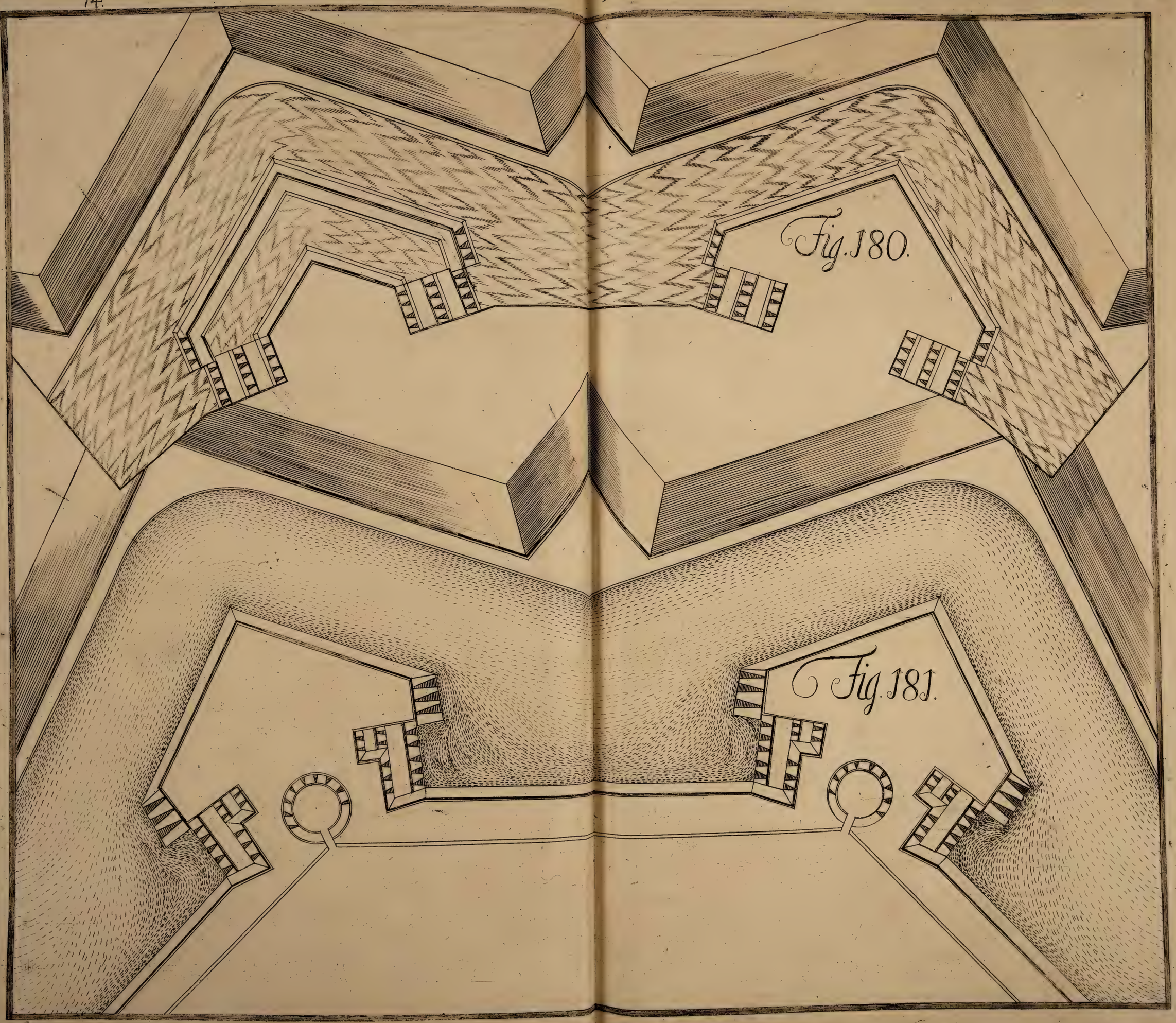


Fig. 180.

Fig. 181.

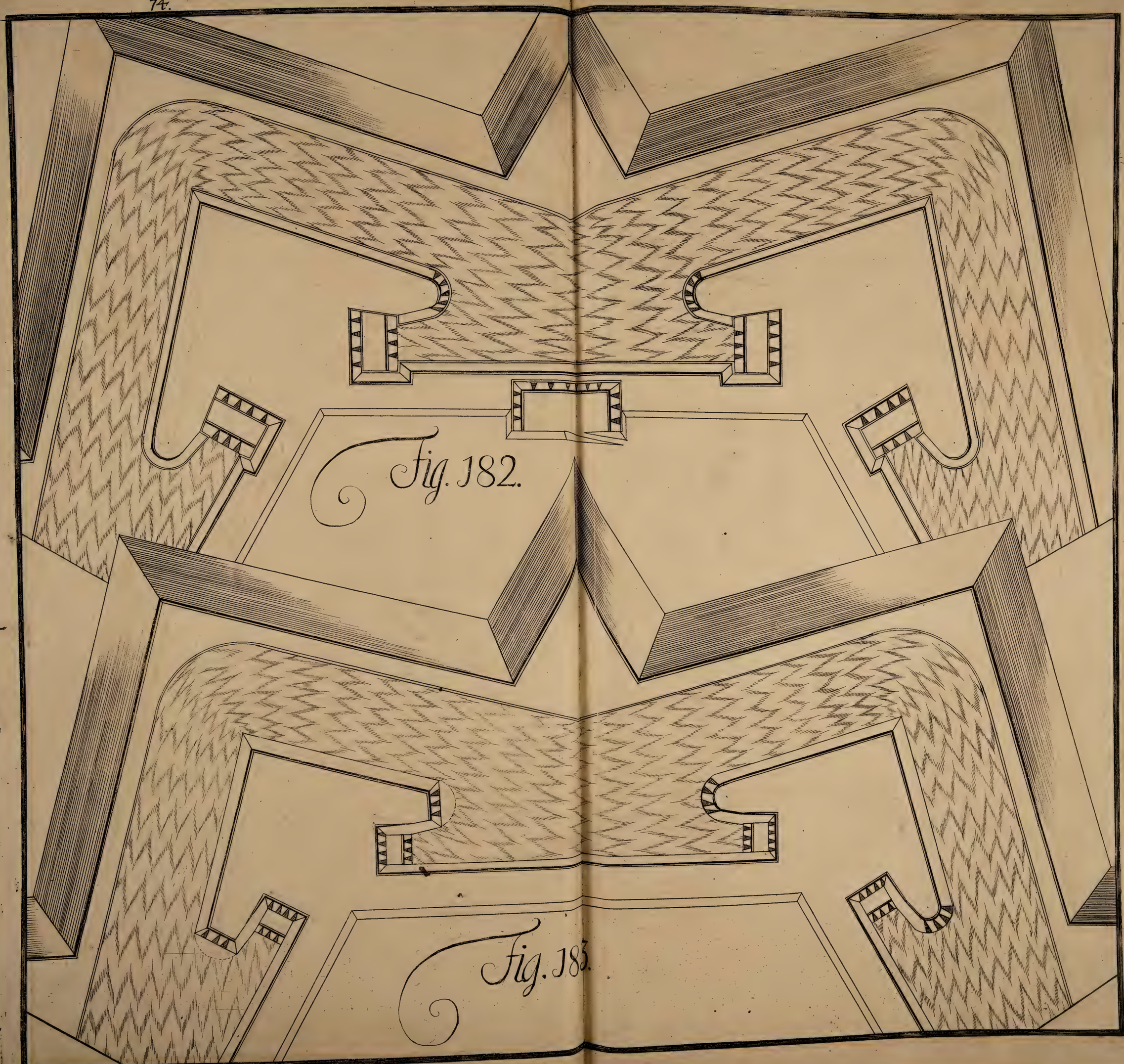


Fig. 182.

Fig. 183.

(1)

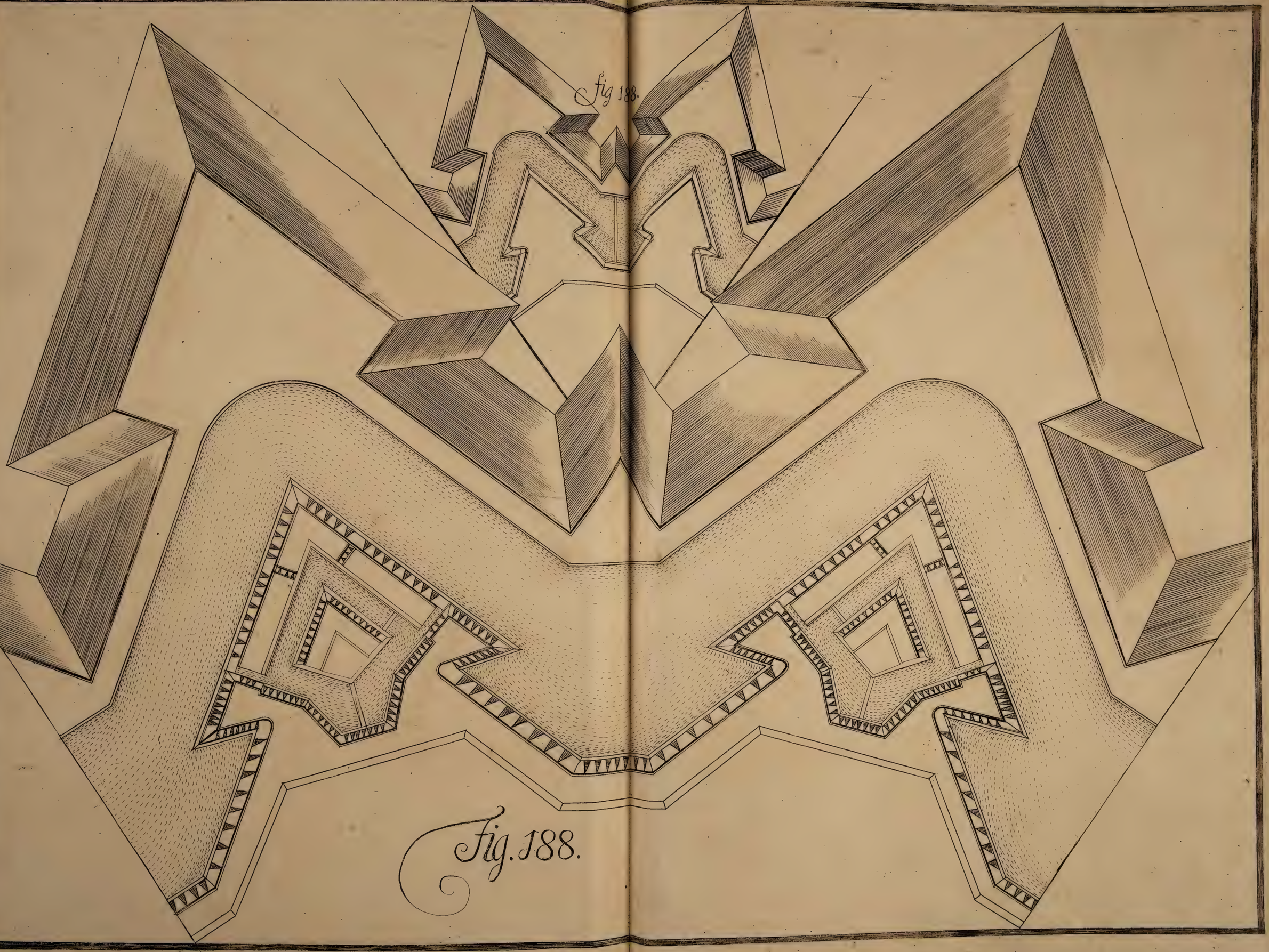


Fig. 188.

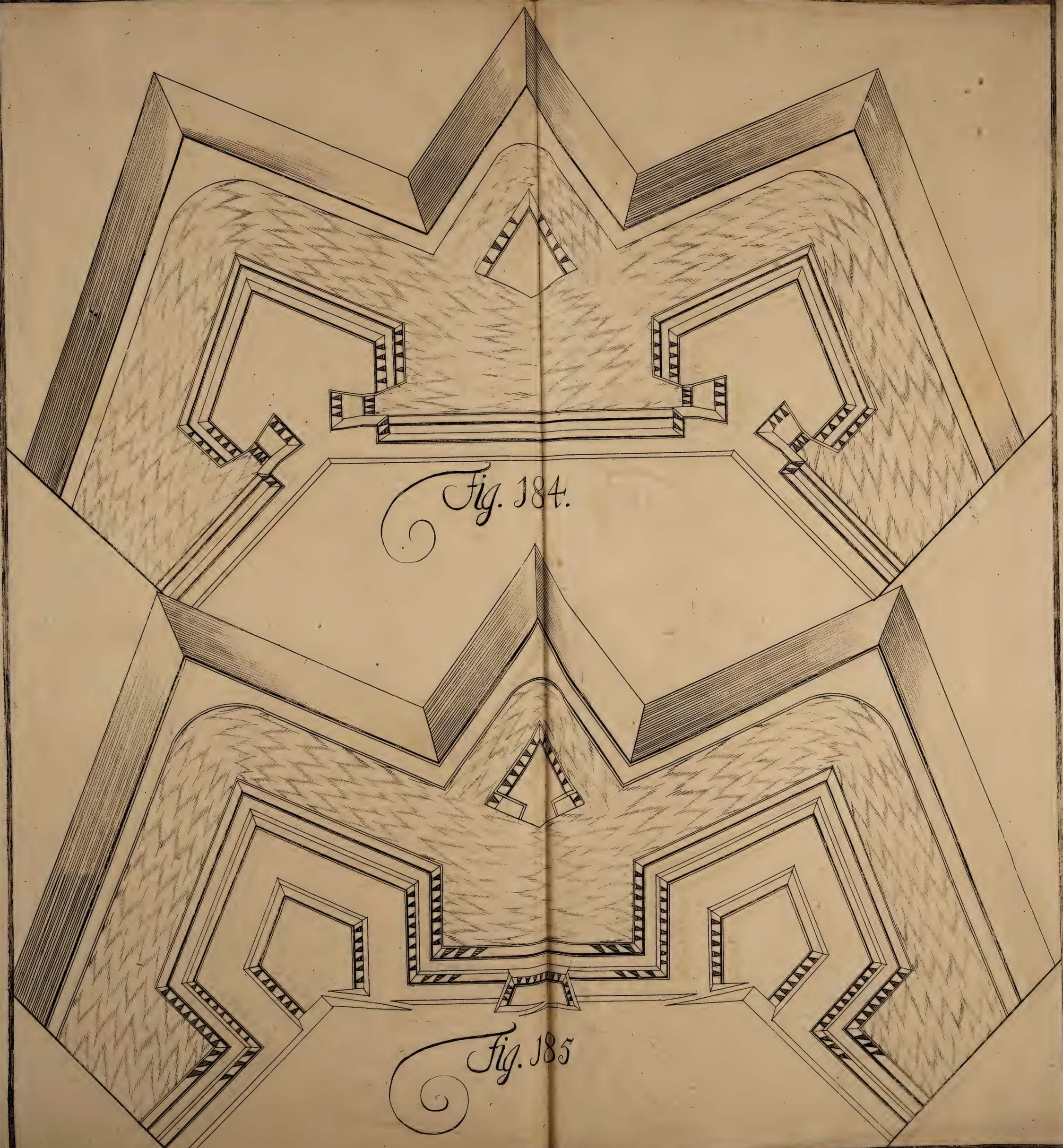


Fig. 184.

Fig. 185

Fig. 186.

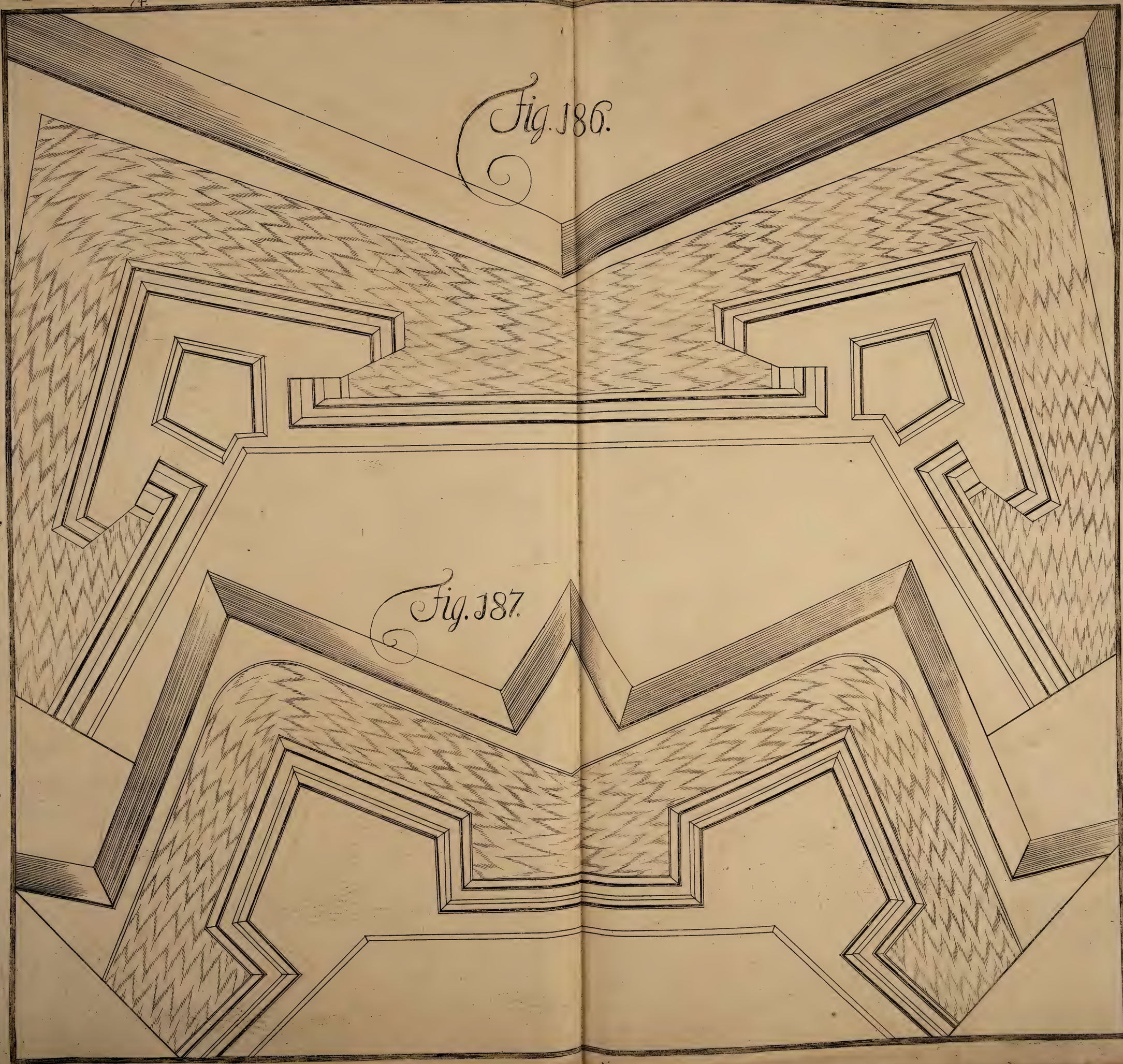


Fig. 187.

fig. 189.

Fig. 191.

Fig. 190.

192.

193.

194.

195.

196.

197.

198.

199.

200.

201.

202

203.

204.

205.

206.

207.

208.

209.

210.

211.

212.

213.

214.

215.

216.

218

219.

220.

221.

222.

223.

224.

SPECIAL FOLIO
93-B
1702
THE GETTY CENTER LIBRARY